

# 「中点連結定理」とは？

## 三角形の中点連結定理の証明をわかりやすく解説

### 中点連結定理とは

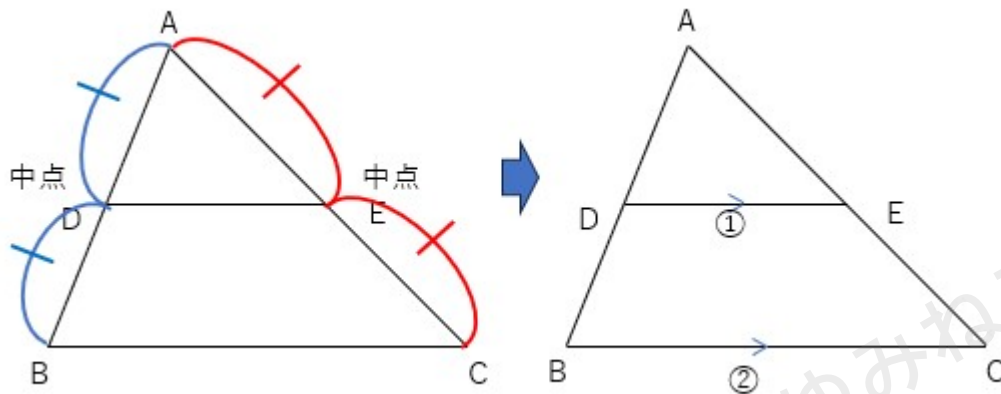
「中点連結定理」とは、「三角形と比の定理」の少し特殊なバージョンだと思っておけばOKだよ。

名前の通り「中点」を「連結」させたときの性質のことだよ。

ちなみに、図形の中点を連結させたときの定理なので、今回紹介する三角形以外の図形（たとえば平行四辺形など）でも、この中点連結定理があるよ。

それでは三角形の中点連結定理について学習しよう。

三角形の場合、中点連結定理とは、下のような三角形で中点DとEを結ぶと、 $DE \parallel BC$ 、 $DE : BC = 1 : 2$ になるという定理だよ。



ざっくり説明すると、三角形の2つの辺のそれぞれ真ん中になる点をとって、その点どうしを結ぶと、結んだ辺と三角形の底辺は平行になる、ということだね。

さらに、その辺と三角形の底辺の比は、 $1 : 2$ になるんだね。



教科書には次のように載っているよ。

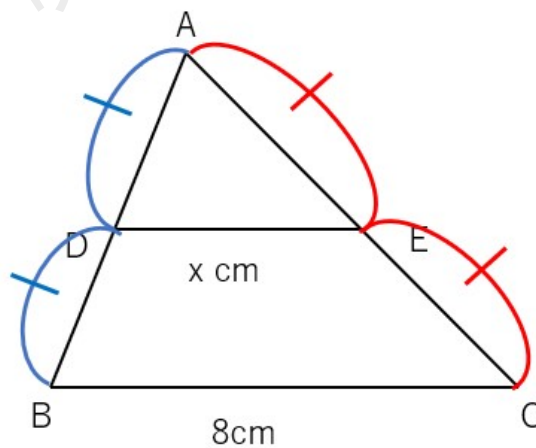
中点連結定理

- ・  $\triangle ABC$  の中点を  $D$ 、 $E$  とすると、
- ・  $DE \parallel BC$ 、 $DE = \frac{1}{2} BC$

中点連結定理の練習問題

中点連結定理を使う問題では、辺の長さを求める問題がよく出るよ。

問題 次の図で、 $x$  の長さを求めなさい。



$D$  は辺  $AB$  の中点、 $E$  も辺  $AC$  の中点だから、 $D$  と  $E$  を連結すると、中点連結定理が使えるね。

ということは辺  $DE$  と底辺  $BC$  の比は、 $1 : 2$  になるね。

なので、辺  $DE$  は底辺  $BC \times \frac{1}{2}$  で求めることができるね。

$$DE = \frac{1}{2} BC$$

$$DE = \frac{1}{2} \times 8$$

$$DE = 4$$

辺  $DE$  の長さは  $4 \text{ cm}$  と求めることができたね。



## 中間連結定理の証明問題

それでは、そもそもなぜ中点連結定理が成り立つのか考えてみよう。

中点連結定理とは次のような定理だったね。

中点連結定理

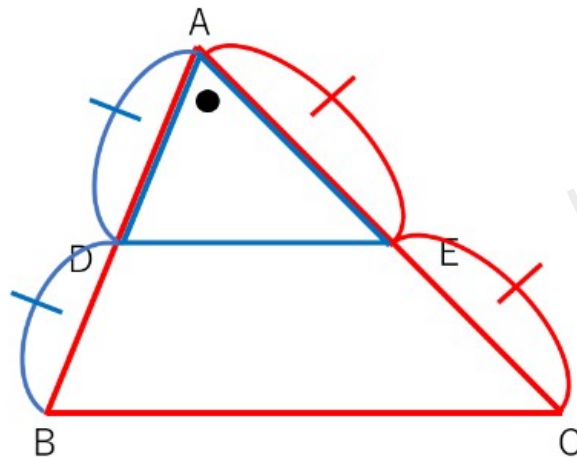
- ・  $\triangle ABC$  の中点を  $D$ 、 $E$  とすると、
- ・  $DE \parallel BC$ 、 $DE = \frac{1}{2}BC$

中点連結定理は、中点どうしを結んだ辺と底辺が「平行になること」と、中点どうしを結んだ辺が底辺の「 $\frac{1}{2}$ になること」の2つに分かれているので、それぞれひとつずつ順番に証明していくよ。

### 中点どうしを結んだ辺と底辺が平行になることの証明

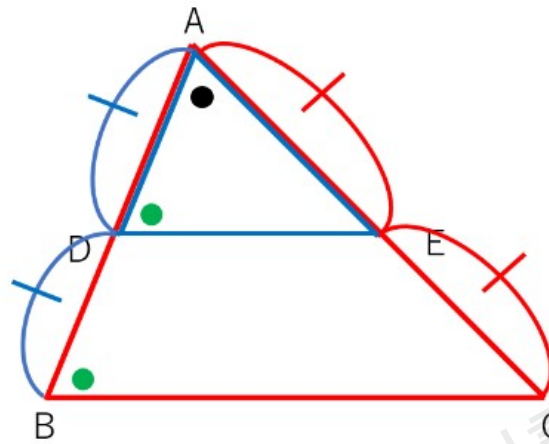
三角形の2辺の中点で連結すると、 $\triangle ADE$ と $\triangle ABC$ は相似になるよ。

なぜかという、 $\angle A$ は共通で $AD : AB = AE : AC = 1 : 2$ になって、相似条件の「2組の辺の比とその間の角がそれぞれ等しい」を満たすからだね。



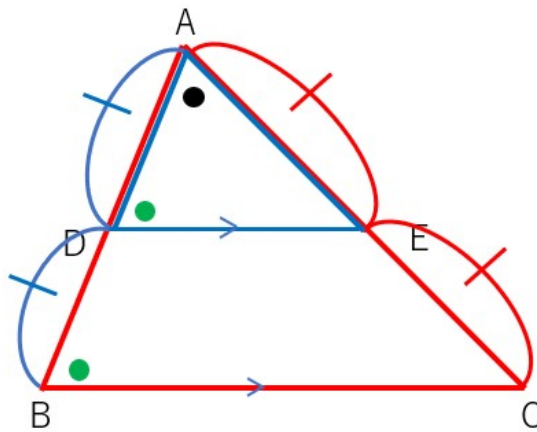
$\triangle ADE$ と $\triangle ABC$ が相似だということは、対応する角が等しくなるから  $\angle ADE = \angle B$ になるよね。





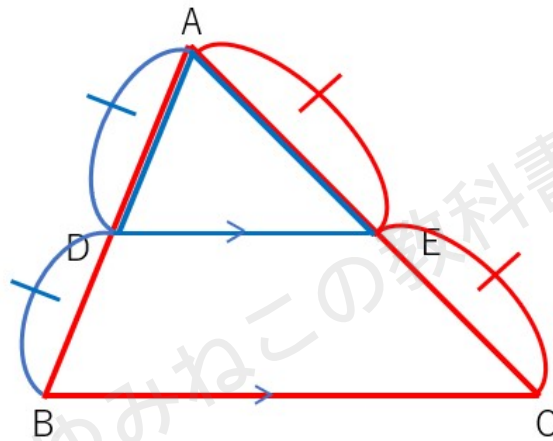
緑丸の位置は同位角の位置で、同位角の $\angle ADE = \angle B$ が等しくなるということは、平行線の性質によりDEとBCは平行になることがわかるね。

これで、「中点どうしを結んだ辺と底辺が平行になること」の証明ができたね。

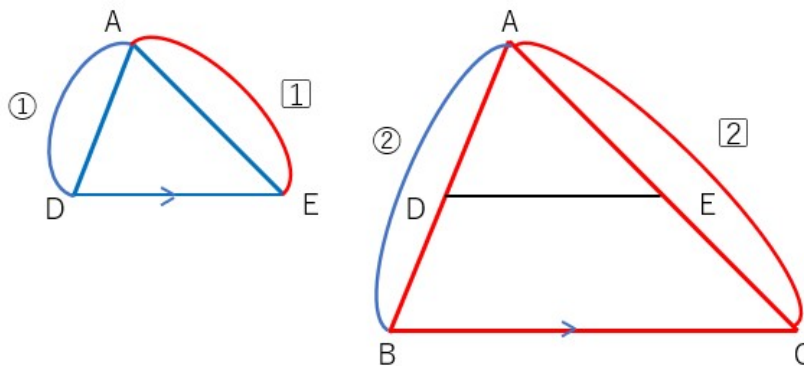


## 中点どうしを結んだ辺は底辺の $\frac{1}{2}$ になることの証明

青 ( $\triangle ADE$ ) と赤 ( $\triangle ABC$ ) の三角形は相似になるんだよね。



2つの三角形をわけて考えてみよう。



点Dは辺ABの中点、点Eは辺ACの中点だから、 $AD:AB=AE:AC=1:2$ になっているよね。

相似な図形の性質を思い出してみよう。

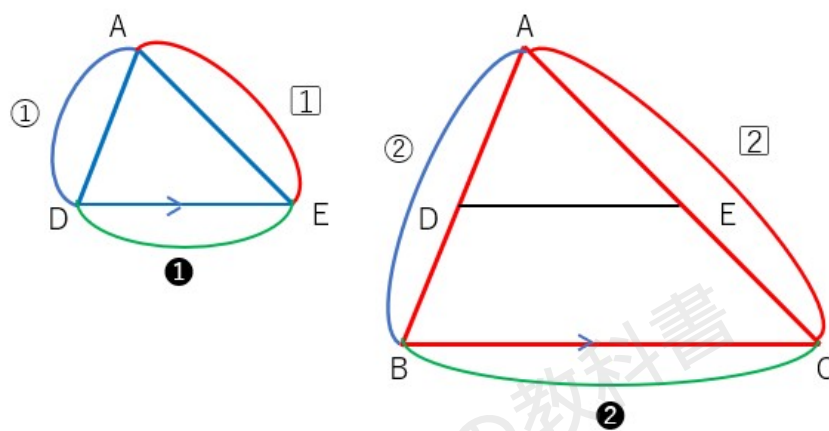
相似な図形の性質

相似な図形の対応する辺の長さの比はそれぞれ等しい

ということは、 $\triangle ADE$ と $\triangle ABC$ は相似な図形なので、対応する辺の長さの比はそれぞれ等しいということだね。



AD:AB=AE:AC=1:2なのだから、残ったDE:BCの長さの比も1:2になるということだよね。



これで、「中点どうしを結んだ辺は底辺の $\frac{1}{2}$ になること」の証明ができたね。

