「中点連結定理」とは？
三角形の中点連結定理の証明をわかりやすく解説

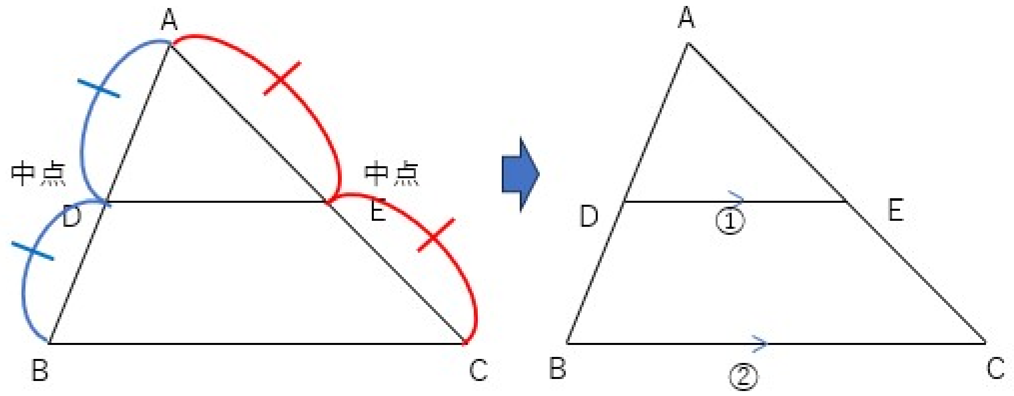
中点連結定理とは

「中点連結定理」とは、「三角形と比の定理」の少し特殊なバージョンだと思っておけばOKだよ。

名前の通り「中点」を「連結」させたときの性質のことだよ。
ちなみに、図形の中点を連結させたときの定理なので、今回紹介する三角形以外の図形（たとえば平行四辺形など）でも、この中点連結定理があるよ。

それでは三角形の中点連結定理について学習しよう。

三角形の場合、中点連結定理とは、下のような三角形で中点DとEを結ぶと、DE//BC、DE：BC＝１：２になるという定理だよ。



ざっくり説明すると、三角形の２つの辺のそれぞれ真ん中になる点をとって、その点どうしを結ぶと、結んだ辺と三角形の底辺は平行になる、ということだね。

さらに、その辺と三角形の底辺の比は、１：２になるんだね。

教科書には次のように載っているよ。

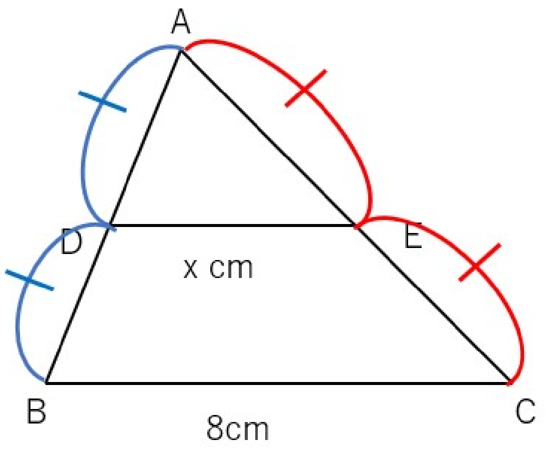
中点連結定理

・△ABCの中点をD、Eとすると、
・DE//BC、DE＝１２BC

中点連結定理の練習問題

中点連結定理を使う問題では、辺の長さを求める問題がよく出るよ。

問題　次の図で、ｘの長さを求めなさい。



Dは辺ABの中点、Eも辺ACの中点だから、ＤとＥを連結すると、中点連結定理が使えるね。

ということは辺DEと底辺BCの比は、１：２になるね。
なので、辺DEは底辺BC×$\frac{1}{2}$で求めることができるね。

DE＝$\frac{1}{2}$BC

DE＝$\frac{1}{2}$× 8

DE＝ 4

辺DEの長さは４ｃｍと求めることができたね。

中間連結定理の証明問題

それでは、そもそもなぜ中点連結定理が成り立つのか考えてみよう。

中点連結定理とは次のような定理だったね。

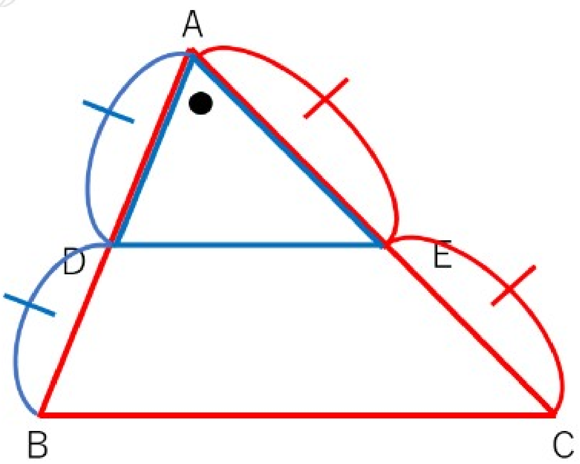
> 中点連結定理
>
> ・△ABCの中点をD、Eとすると、
>
> ・DE//BC、DE＝$\frac{1}{2}$BC

中点連結定理は、中点どうしを結んだ辺と底辺が「平行になること」と、中点どうしを結んだ辺が底辺の「$\frac{1}{2}$になること」の２つに分かれているので、それぞれひとつずつ順番に証明していくよ。

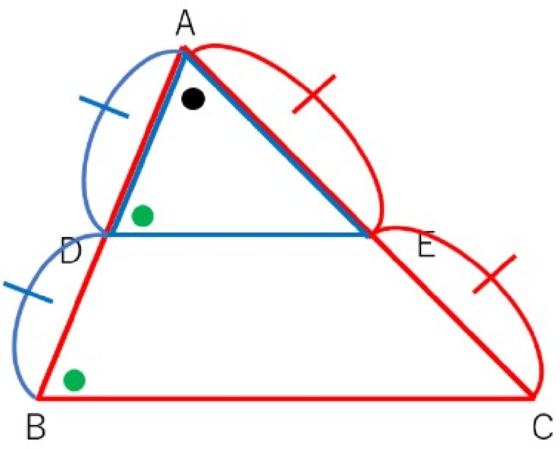
中点どうしを結んだ辺と底辺が平行になることの証明

三角形の２辺の中点で連結すると、△ADEと△ABCは相似になるよ。

なぜかというと、∠Aは共通でAD：AB＝AE：AC＝１：２になって、相似条件の「２組の辺の比とその間の角がそれぞれ等しい」を満たすからだね。

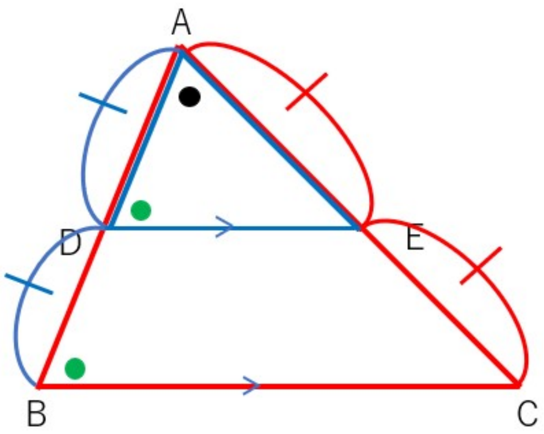


△ADEと△ABCが相似だということは、対応する角が等しくなるから
∠ADE=∠Bになるよね。



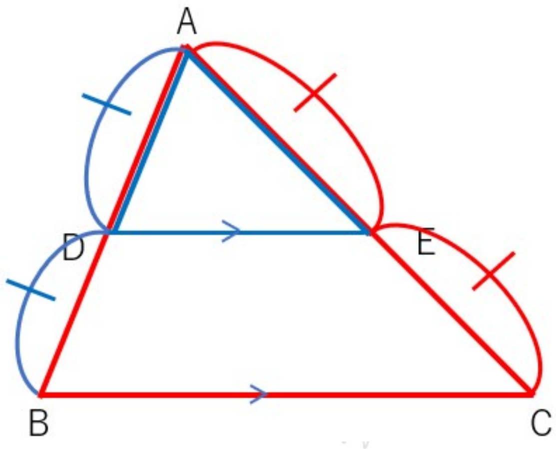
緑丸の位置は同位角の位置で、同位角の∠ADE＝∠Bが等しくなるということは、平行線の性質によりDEとBCは平行になることがわかるね。

これで、「中点どうしを結んだ辺と底辺が平行になること」の証明ができたね。

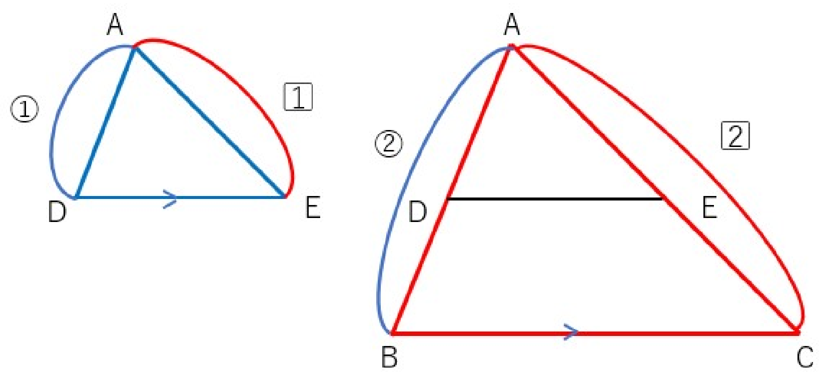


中点どうしを結んだ辺は底辺の$\frac{1}{2}$になることの証明

青（△ADE）と赤（△ABC）の三角形は相似になるんだったよね。



2つの三角形をわけて考えてみよう。



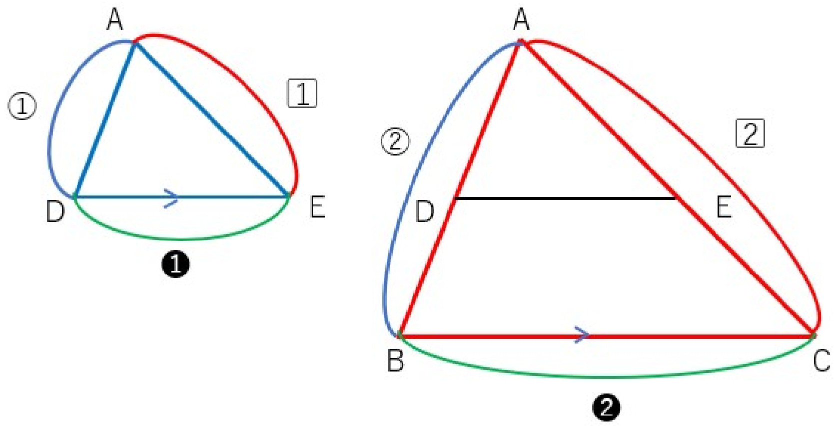
点Dは辺ABの中点、点Eは辺ACの中点だから、AD：AB＝AE：AC＝1：2になっているよね。

相似な図形の性質を思い出してみよう。

相似な図形の性質 相似な図形の対応する辺の長さの比はそれぞれ等しい

ということは、△ADEと△ABCは相似な図形なので、対応する辺の長さの比はそれぞれ等しいということだね。

AD：AB＝AE：AC＝1：2なのだから、残ったDE：BCの長さの比も1：2になるということだよね。



これで、「中点どうしを結んだ辺は底辺の$\frac{1}{2}$になること」の証明ができたね。