

「因数分解」とは？

因数分解の基本のやり方をわかりやすく解説

因数と素因数とは

「因数分解」について学習する前に、そもそも「因数（いんすう）」と「素因数（そいんすう）」とは何かを説明するよ。

1年生で「素因数分解（そいんすうぶんかい）」というのを学習したと思うからなんとなくイメージできるかな。

復習もかねて、2つの言葉の意味を簡単に説明するよ。

【因数】 自然数を2つ以上の自然数の積で表したとき、その一つひとつのこと

【素因数】 因数のうち、素数である因数のこと

※「素数」って何？と思ったら、素数について解説しているページを確認しよう。

具体的な数字で考えてみよう。

「30」って「 5×6 」とも表せるよね。

この5と6のことを「30の因数」っていうよ。

つまり、因数っていうのは「 $\bigcirc \times \triangle$ 」みたいになるときに \bigcirc や \triangle のことだとイメージ出来たらOK。

「因数」の「因」は、原因の「因」だよ。 「因」という漢字は、「もと」という意味があるんだ。

「その数を作っている”もと”」とイメージすると納得だよ。

30をさらに細かく考えて、 $2 \times 3 \times 5$ と表すと、2、3、5は素数だから、2、3、5のことを30の素因数っていうんだ。



因数、素因数についてわかったところで、いよいよ今回の学習「因数分解」についての学習をやっていこう。

因数分解をしてみよう

「因数分解」とは、「展開の逆」だと思ってもらえたらOK。

「展開」については、多項式の乗法で学習したよね。

$(x+a)(x+b)$ みたいな形を展開してきたよね。

例えば次のような問題

$$(x+2)(x+3)$$

$$=x^2+(2+3)x+2 \times 3$$

$$=x^2+5x+6$$

今までは、多項式の積（かけ算の状態）を展開するために、上から下に向かって計算をやってきたけれど、因数分解は逆で、一番下の「展開された状態」から上の「もとの多項式の積」を求めるんだ。

箱を開いて、中のものを広げて取り出すのが「展開」、

広げて出されているものをまた箱の中にしまっていくのが「因数分解」みたいなイメージかな。

因数分解の「因」は「もとになるもの」だったよね。

つまり、 x^2+5x+6 という式の「もと」になった数や式を探し出す作業なんだね。

x^2+5x+6 が「因数」である $(x+2)$ と $(x+3)$ という式に分解される、ということだね。

展開と因数分解のイメージ

$$(x+2)(x+3) = x^2+5x+6$$

$$(x+2)(x+3) \rightarrow x^2+5x+6 \quad \text{展開}$$

$$x^2+5x+6 \rightarrow (x+2)(x+3) \quad \text{因数分解}$$



因数分解の問題は、実際にはこんな感じで出題されるよ。

(問題) x^2+5x+6 を因数分解しなさい。

(答え) $(x+2)(x+3)$

展開の逆だと思ってもらったらOKなんだけど、教科書に書いてあるような文章では次のようになっているよ。

因数分解とは

多項式をいくつかの因数の積として表すこと

つまり、多項式(項が2つ以上の式)「 $\blacklozenge + \blacktriangle + \dots$ 」を「 $\bigcirc \times \triangle$ 」のような形で表すことを因数分解と呼ぶんだよ。

実際に問題をやっていけばイメージもできると思うよ。

それでは、因数分解の問題パターンをいくつか紹介していくね。

共通な因数でくくる因数分解

因数分解の問題の中で最も簡単なものを紹介するね。ただ、学習が進むにつれて、数学が得意な人も「あっ忘れてた」と間違える内容だから、しっかりやり方を覚えておこう。

1年生で次のような展開をやったよね。

$$a(b+c)$$

$$=ab+ac$$

簡単な因数分解は $ab+ac$ を $a(b+c)$ にする問題だよ。



そう聞くと簡単に感じるんじゃないかな。

$$3ab(b-c)$$

$$=3ab^2-3abc$$

この問題だったら、 $3ab^2-3abc$ を $3ab(b-c)$ にできればOK。

じゃあどうやってやるのかを説明するね。

共通な因数でくくる因数分解のやり方

簡単な因数分解の問題を解くポイントは
「共通な因数でくくって、残りはかっこの中」
ということ。

例えば次のような問題を見てみよう。

(例)

$xy+xz$ を因数分解しなさい。

この式には「項」が2つあるよね。「項」っていうのは $\bigcirc+\bigcirc$ と表した時の \bigcirc のことだったよね。

※「項」について自身がなかったら「項」について解説しているページを確認しよう。

$xy+xz$ の項は「 xy 」と「 $+xz$ 」。2つの項に共通しているものは「 x 」だよね。

ここで簡単な因数分解の問題を解くポイントを確認しよう。

「共通な因数でくくって、残りはかっこの中」

$xy+xz$ の共通な因数は「 x 」だったから、残りの「 $y+z$ 」はかっこの中に入れてみよう。



$$xy+xz$$

$$=x(y+z)$$

これで簡単な因数分解の完成だよ。心配だったら $x(y+z)$ を分配法則でかっこを外してみても $xy+xz$ になるかを確認してみよう。

(問)

ab^2-ab を因数分解しなさい。

この式には「項」が2つあるよね。

ab^2-ab の項は「 ab^2 」と「 $-ab$ 」。2つの項に共通しているものは「 ab 」だよ。

えっどうということ?と思ったら

$$ab^2=a \times b \times b$$

$$-ab=-a \times b$$

→ $a \times b=ab$ が共通している。(共通な因数)

ここで簡単な因数分解の問題を解くポイントは

「共通な因数でくくって、残りはかっこの中」だったから、

ab^2-ab の共通な因数「 ab 」を取り除いた残りの「 $b-1$ 」はかっこの中に入れてみよう。

$$ab^2-ab$$

$$=ab(b-1)$$

これで因数分解の完成だよ。心配だったら分配法則でかっこを外してみても確認してみよう。



間違えやすい因数分解

ab^2-ab の因数分解で「 ab 」が共通な因数だから「 ab 」でくくったら「 ab^2-ab 」の後ろの「 ab 」がなくなるのでは？と感じる人がいるかもしれないけど違うよ。

もしそうだったら

$$\begin{aligned} ab^2-ab \\ =ab(b-0) \end{aligned}$$

みたいな式になって、展開して上の式にならなくなっちゃうよね。

最後に、項が3つの因数分解に挑戦してみよう。2つの時と考え方は同じだよ。

(問)

$6ab-2ac+4ad$ を因数分解しなさい。

この式には「項」が3つあるよね。

$6ab-2ac+4ad$ の項は「 $6ab$ 」と「 $-2ac$ 」と「 $+4ad$ 」。3つの項に共通しているものは「 a 」だと思うよね。ただそれだけじゃないよ。数字にも注目してみよう。

6、2、4ときたらピンと来るかもしれないけど、すべて2で割ることができるよね。

だから「2」も共通しているってということだよ。

まとめるとこんな感じ

$$\begin{aligned} \cdot 6ab &= 2 \times 3 \times a \times b \\ \cdot -2ac &= -2 \times a \times c \\ \cdot +4ad &= +2 \times 2 \times a \times d \\ \rightarrow \text{共通しているものは } 2 \times a &= 2a \text{ である (共通な因数は } 2a) \end{aligned}$$

ここで簡単な因数分解の問題を解くポイントは

「共通な因数でくくって、残りはかっこの中」だったから、



$6ab-2ac+4ad$ の共通な因数「 $2a$ 」を取り除いた残りをつこの中に入れてみよう。

パッとできない人は次のように考えよう。

① $2a$ は取り除くから $2a(\quad)$ の形になる

② (\quad) の中は残りもの

- $6ab=2 \times 3 \times a \times b$
- $-2ac=-2 \times a \times c$
- $+4ad=+2 \times 2 \times a \times d$

③ $2a(3 \times b - c + 2 \times d) = 2a(3b - c + 2d)$

$6ab-2ac+4ad$ を因数分解すると

$2a(3b-c+2d)$ になることがわかったね。本当にあっているのか心配だったら、展開してみても上の式になっているかを確認したらよかったね。

