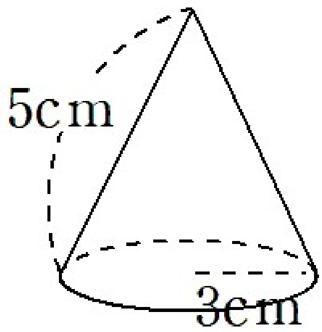
円錐の表面積の求め方を解説（裏ワザあり）「立体の表面積」

円錐の表面積の求め方

それでは、今度は「円錐」の表面積の求め方を解説していくよ。

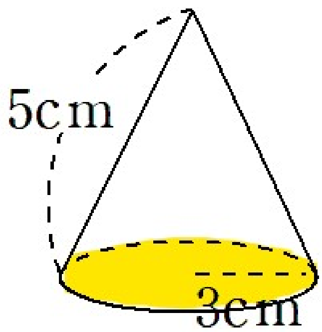
次の図のような円錐の表面積を考えよう。



円錐の表面積も、やっぱり１回で求められるような公式はないんだ。

円柱の表面積を求めた時と同じように底面積と側面積で分けて考えよう。

円錐の底面積を求めよう



上の円錐の底面は半径３cmの円だから、

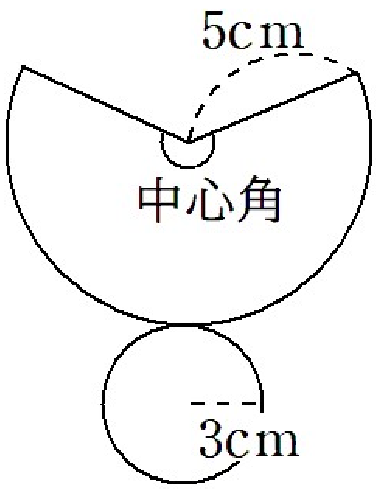
（半径）×（半径）×（円周率）　←円の面積を求める公式
＝３×３×π
＝９π

円錐の底面積は９πcm2ってことがわかったよね。次は側面積を求めるよ。

円錐の側面積を求めよう

円錐の側面積も、求めるのはちょっと大変なんだけれど、ひとつずつ確認していこう。

円錐の側面積の求め方を考えるために、円錐の展開図を見てみよう。



円錐の側面は、展開図の「おうぎ形」の部分だよね。
なので、円錐の側面積＝おうぎ形の面積になるね。

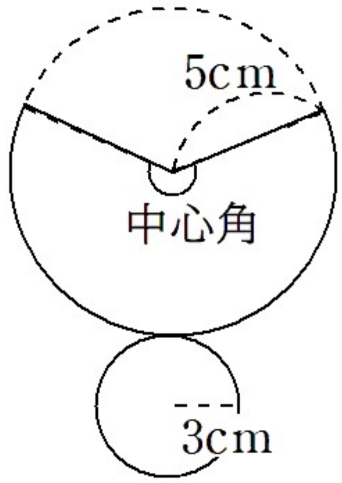
おうぎ形の面積を求める公式を復習しよう。

> （おうぎ形の面積）
>
> ＝（半径）×（半径）×（円周率）×$\frac{中心角}{360}$

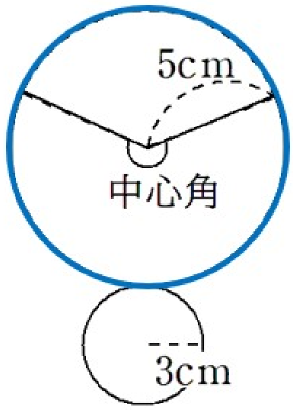
この公式に当てはめていくと、「半径」は、円錐の母線と同じだから、５cmとわかるんだけれど、「中心角」がわからないね。

円錐の側面おうぎ形の中心角を求める

おうぎ形の中心角を求めるために、下のようにおうぎ形をふくむ円を考えてみよう。

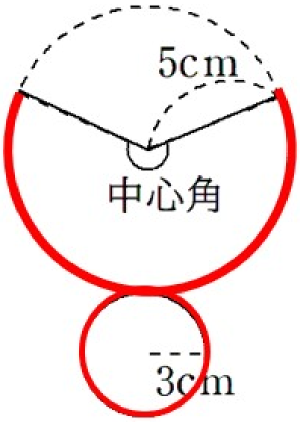


上の図を色分けして考えるとわかりやすいと思う



青色で表した円の円周は

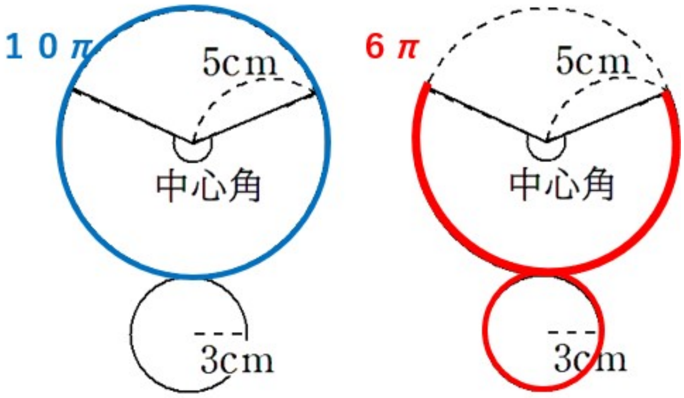
（直径）×（円周率）
＝１０×π
＝１０π



赤色で表したおうぎ形の弧の長さは、底面の円周と同じだから

（直径）×（円周率）
＝６×π
＝６π

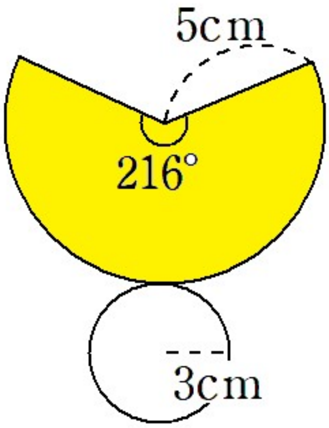
まとめると、次のようになるよ。



中心角を求めるんだけど、１周って３６０°だったよね。青色が１周分の長さで、赤色が中心角分の長さだから、次のような式で円周角を求められるよ。

３６０×$\frac{赤}{青}$
＝３６０×$\frac{6\pi}{10\pi}$
＝２１６°

中心角が２１６°ってわかったから、おうぎ形の面積は



（半径）×（半径）×（円周率）×中心角３６０

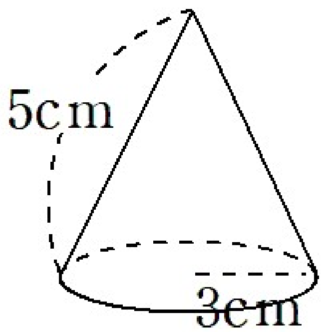
$= 5 \times 5 \times \pi \times \frac{216}{360}$

$= 25\pi \times \frac{3}{5}$

$= 15\pi$

円錐の側面のおうぎ形の面積は１５πcm2になることがわかったね。最後に円錐の表面積を求めよう。

円錐の表面積



底面積が９πcm2、側面積が１５πcm2になるから、表面積は次のように求めるよ。円錐は、底面が１つしかないから、底面積と側面積を足すだけでいいね。

（底面積）＋（側面積）
＝９π＋１５π
＝２４π

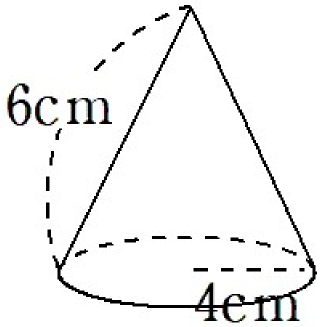
円錐の表面積が２４πcm2と求めることができたね。

円錐の表面積の求め方　ポイントまとめ

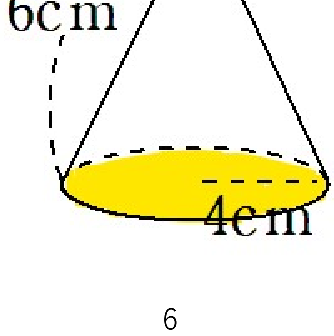
・表面積＝「底面積」と「側面積」でわけて求める。
・側面のおうぎ形の中心角を求める。
・側面のおうぎ形の弧の長さと、底面の円の円周の長さは等しい。

円錐の表面積を求める問題

次の円錐の表面積を求めなさい。



底面積を求めよう



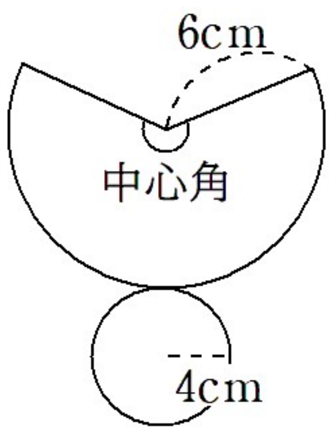
上の円錐の底面は半径４cmの円だから、

（半径）×（半径）×（円周率）　←円の面積を求める公式
＝４×４×π
＝１６π

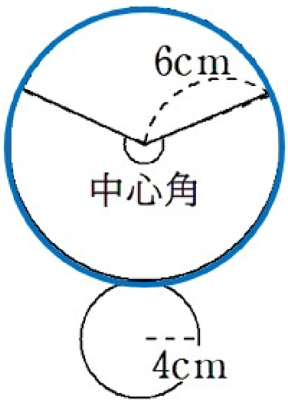
円錐の底面積は１６πcm2になるね。

側面積を求めよう

円錐の側面はおうぎ形になるんだったよね。円錐の展開図を書いてみよう。

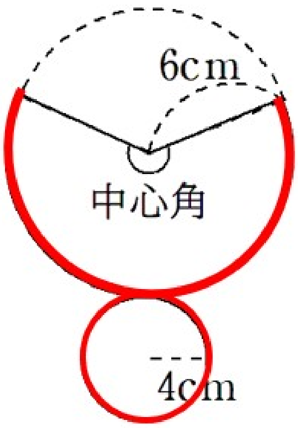


おうぎ形の中心角を求めるために、おうぎ形をふくむ円を考えてみよう。



青色で表した円の円周は

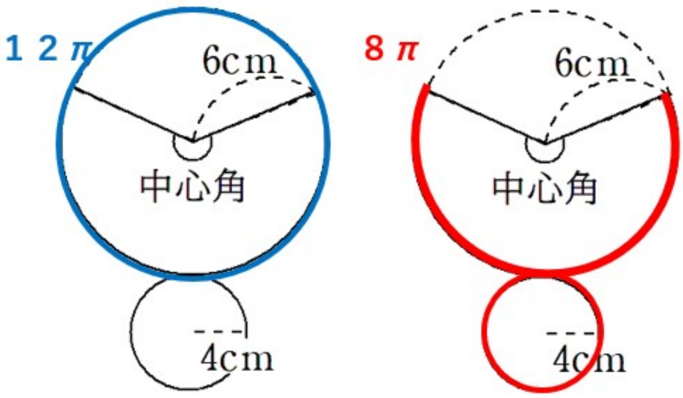
（直径）×（円周率）
＝１２×π
＝１２π



赤色で表したおうぎ形の弧の長さは、底面の円周と同じだから

（直径）×（円周率）
＝８×π
＝８π

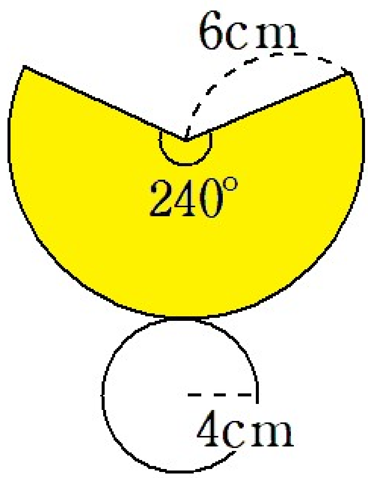
まとめると、次のようになるよ。



中心角を求めるんだけど、１周って３６０°だったよね。青色が１周分の長さで、赤色が中心角分の長さだから、次のような式で円周角を求められるよ。

３６０×$\frac{赤}{青}$
＝３６０×$\frac{8\pi}{12\pi}$
＝２４０°

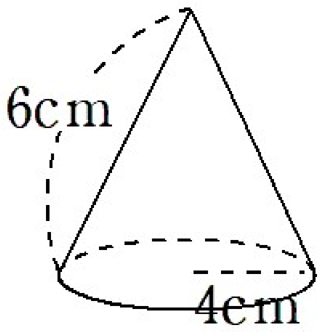
中心角が２４０° ってわかったから、おうぎ形の面積は



（半径）×（半径）×（円周率）×$\frac{中心角}{360}$
＝６×６×π×$\frac{240}{360}$
＝３６π×$\frac{2}{3}$
＝２４π

円錐の側面のおうぎ形の面積は２４πcm2になることがわかったね。

表面積を求めよう



底面積が１６πcm2、側面積が２４πcm2になるから、表面積は次のように求めるよ。

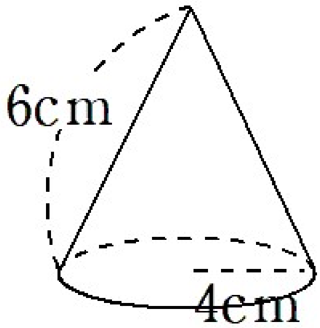
（底面積）＋（側面積）
＝１６π＋２４π
＝４０π

円錐の表面積が４０πcm2と求めることができたね。

円錐の側面積を求める裏ワザ

円錐の側面積を求めるのってすごく面倒だよね。ただ、こんな裏ワザがあるんだ。

> 円錐の側面積を求める裏ワザ
>
> （円錐の側面積）＝（母線）×（半径）×（円周率）



さっきの問題であれば、母線が６cm、半径４cmだから

（母線）×（半径）×（円周率）
＝６×４×π
＝２４π

側面積が２４πcm2って一瞬で求まったね。知っておくと便利かもしれないね。