

相似の利用 「木の高さを求める」「縮図」の問題の 解き方を徹底解説

相似の利用 「木の高さを求める」問題

「相似の利用」の単元では、このように「木の高さを求める」問題がよく出題されるよ。

相似な図形の性質を使って、木の高さを求める方法を説明するね。

公園にいる身長1.7mの人のかげの長さが1mのとき、同じ公園にある木のかげの長さが5mだった。この木の高さを求めよ。

木の高さを知りたいんだけど、直接測ることができないとき、「かげ」を利用して、木の高さを求められないかな?というわけだね。

木の高さを求める問題のポイントは

「高さ」と「かげ」を含む三角形はそれぞれみんな「相似になる」ということ。

実は「人の高さ」と「人のかげ」の先端を結んだ三角形と、「木の高さ」と「木のかげ」の先端を結んだ三角形は相似になるんだ。

なぜかという、木と人が同じ場所にいる場合、太陽の光の当たり方は同じになるからだよ。



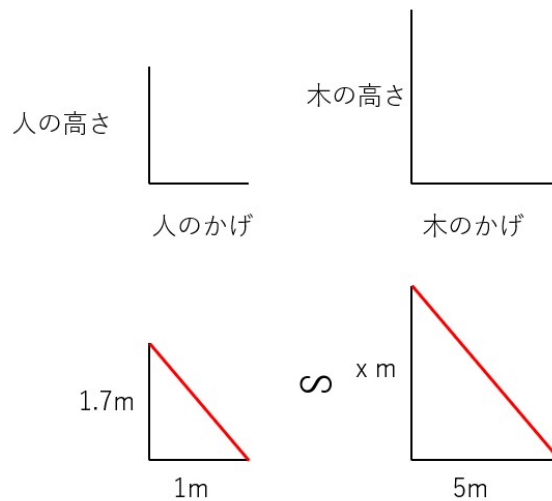
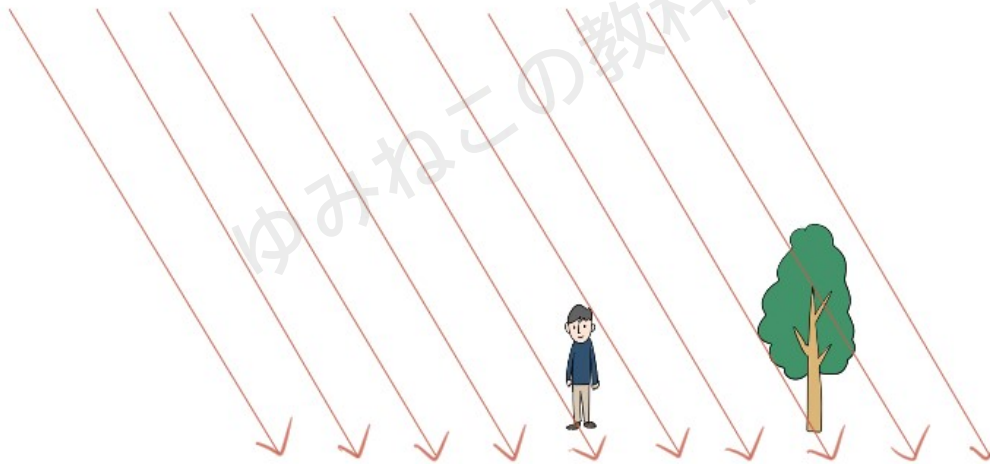
相似になる理由

太陽の光は、平行に進むんだ。

そして太陽は、「人と木の距離」とは比べ物にならないくらい遠くにあるよね。ということは、人にも木にも同じように光が当たっていると考えていいんだよ。



本当なら、光源からの光は放射状だけれど、太陽と地球の距離のように、光源が無限に遠くにあるときは光線は平行であるとみなすよ。そのため、地上にふりそそぐ太陽の光は平行と考えるんだ。

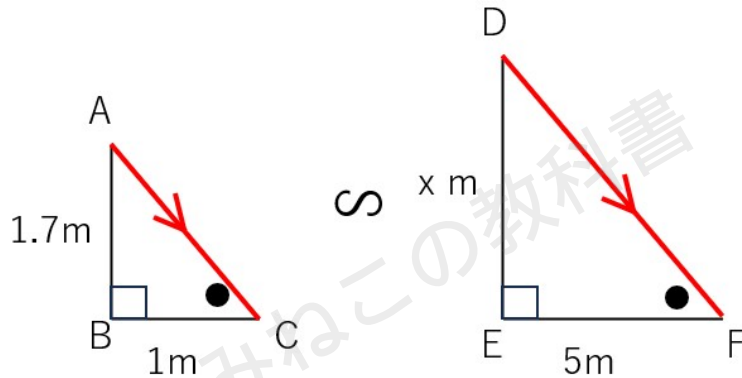


今回求めたいのは「木の長さ」だから、木の長さをxmと置いたよ。



ちなみに相似条件は「2組の角がそれぞれ等しい」

- ①人も木も地面に垂直に立っていると考える「 $\angle A = \angle E = 90^\circ$ 」
- ②太陽の光線(赤線)は平行に当たっているので、「 $\angle C = \angle F$ 」
- ①②から2組の角がそれぞれ等しいから、 $\triangle ABC$ の $\triangle DEF$



あとは相似の性質を使ってxを求めたらOKだね。

xは長さの部分だから、相似の性質「相似な図形の対応する辺の長さの比はすべて等しい」が使えるだね。

相似な図形の性質

相似な図形の対応する辺の長さの比はすべて等しい。
 相似な図形の対応する角の大きさはそれぞれ等しい。

対応する辺の比は等しいから、

$1.7 : x = 1 : 5$ という比例式を立てることができるよね。

$1.7 : x = 1 : 5$ ← 比例式の性質「 $a : b = c : d \rightarrow ad = bc$ 」を使うよ。

$$x \times 1 = 1.7 \times 5$$

$$x = 8.5$$

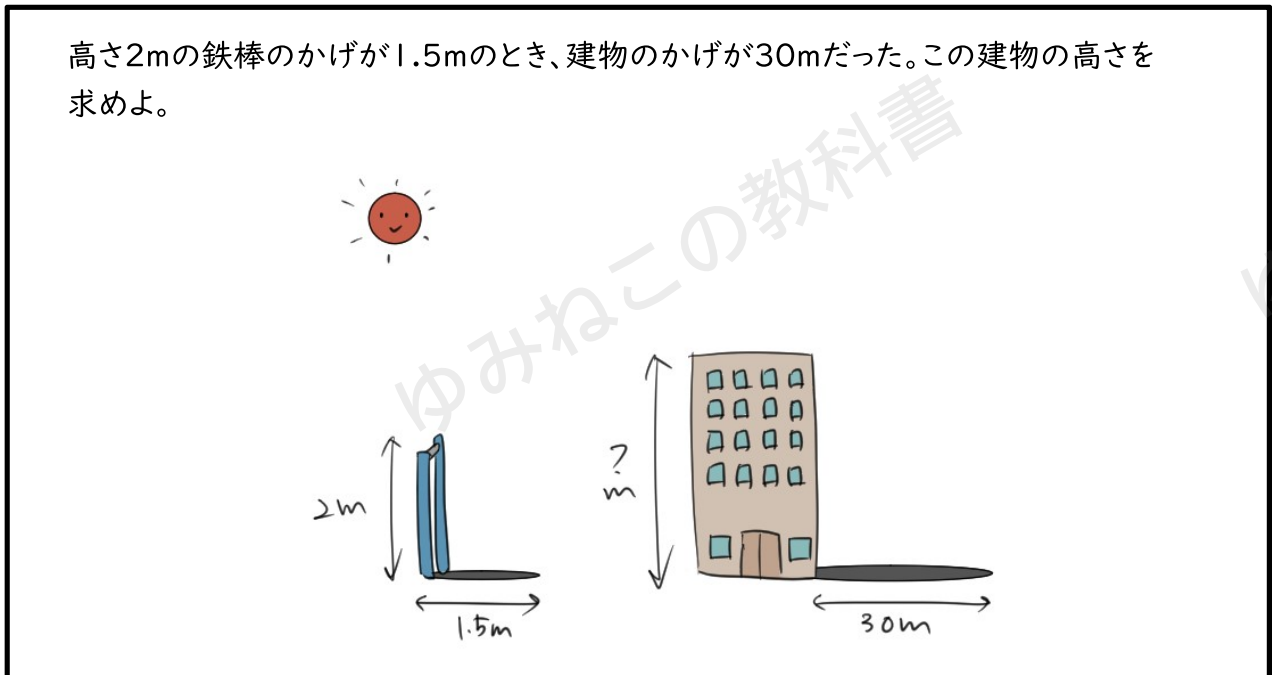
木の高さは8.5mと求めることができたね。



相似の利用「建物の高さを求める」問題

相似の利用の単元では、木の高さを求める問題もよく出題されるけど、このように「建物の高さ」を求める問題もあるんだ。

ただ、解き方は同じになるよ。



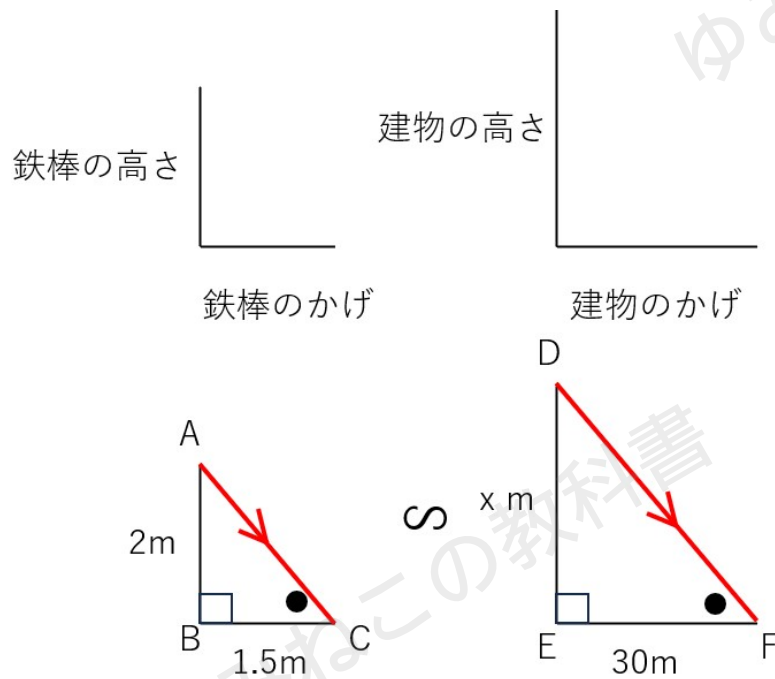
建物の高さを知りたいんだけど、直接測ることは難しいよね。「かげ」を利用して、建物の高さを求められないかな?というわけだよ。

今回の問題のポイントも、木のかげの問題と同じで

かげは相似になるということ。

「鉄棒の高さ」と「鉄棒のかげ」の先端を結んだ三角形と、「建物の高さ」と「建物のかげ」の先端を結んだ三角形は相似になるんだ。





今回求めたいのは「建物の高さ」だから、建物の高さをxmと置いたよ。
 あとは相似の性質を使ってxを求めればOKだね。

対応する辺の比は等しいから、

$2:x=1.5:30$ という比例式を立てることができるよね。

$$2:x=1.5:30$$

$$x \times 1.5 = 2 \times 30$$

$$1.5x = 60 \quad \leftarrow \text{両辺を1.5で割ろう}$$

$$x = 40$$

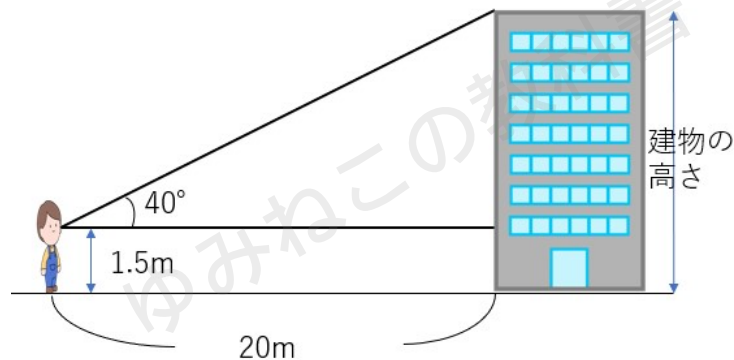
建物の高さは40mと求めることができたね。



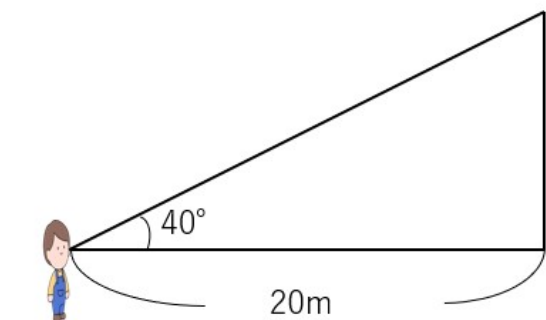
相似の利用「見上げる」問題

木の高さを求める問題で少しレベルアップしたのが、「見上げる問題」だよ。

ある建物の高さを測るために、建物と20mはなれた地点から建物の頂上を見上げたら、その角度は 40° だった。
縮図を書いて、この建物の高さを求めなさい。ただし、目の高さを1.5mとする。



上の図をもっと簡潔に書いてみると次のようになるよね。今回の計算で大事なところは目線より上のところだから、下の部分と建物は省略したよ。



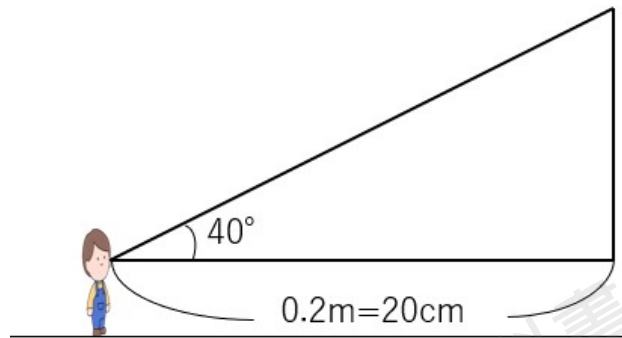
では実際に建物の高さを求めよう。

縮図っていうのは、実物よりも大きさを小さくした図のことだよ。
どのくらい小さく書くかはノートの大きさ次第って感じかな。

例えば、 $1/10$ の縮図を書くとなると、人と建物の距離は $20\text{m} \times 1/10 = 2\text{m}$ になるね。
 2m ともなると、ノートに書くことができないから、もっと縮小する必要があるよね。



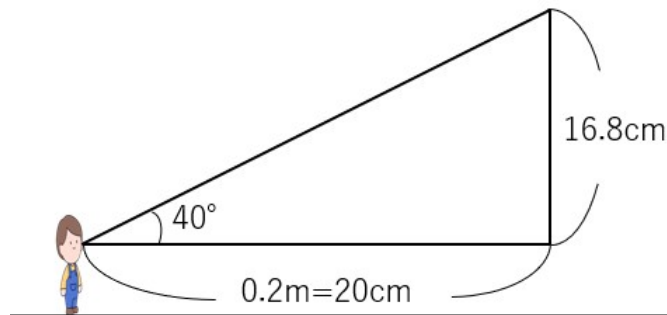
だから今回は1/100の縮図を書くことにしよう。



20mを1/100にすると、 $20m \times 1/100 = 0.2m$ 。
0.2mとは20cmのことだから、上の三角形の底辺は20cmになるよ。

この三角形の高さを測ってみよう。

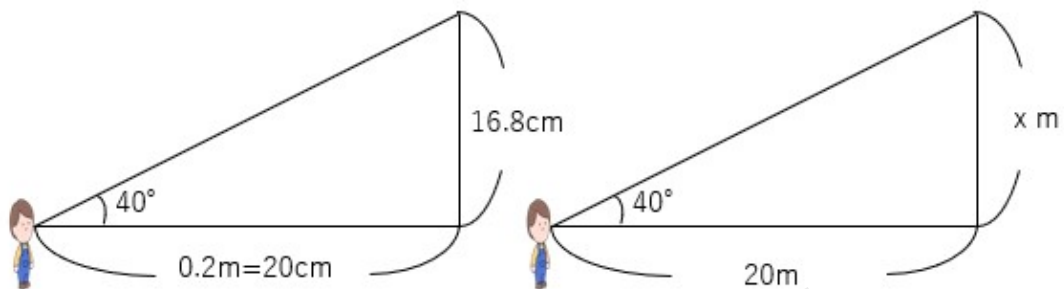
正確に三角形をかけていたら、16.8cmになると思うよ。



縮小する前の三角形(縮図)と縮小した三角形を比較してみよう。

縮図

実際の長さ



縮小しただけだから2つの三角形は相似になるよね。

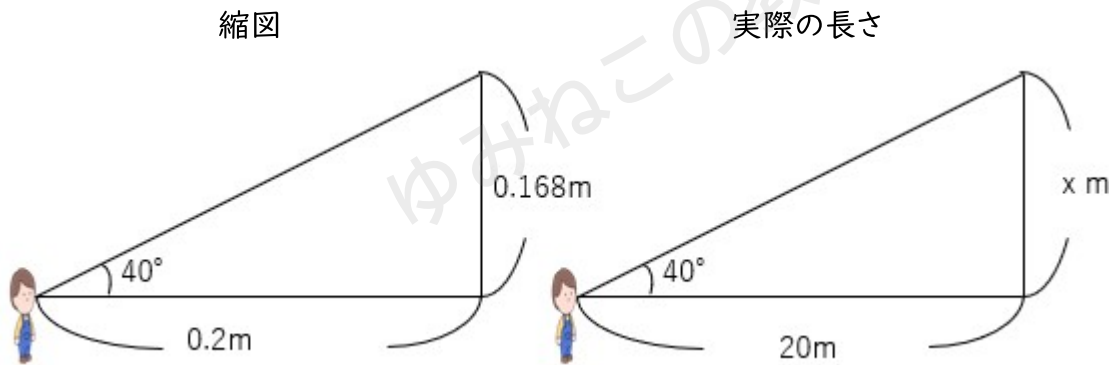
求めたい三角形の高さをxmとおいて、相似な図形の性質を使って、xを求めよう。

相似な図形の性質

相似な図形の対応する辺の長さの比はすべて等しい。

相似な図形の対応する角の大きさはそれぞれ等しい。

ただ、単位が違うから「m」にそろえたよ。



対応する辺の比は等しいから、

$0.2:20=0.168:x$ という比例式を立てることができるよね。

$$0.2:20=0.168:x$$

$$0.2 \times x = 20 \times 0.168$$

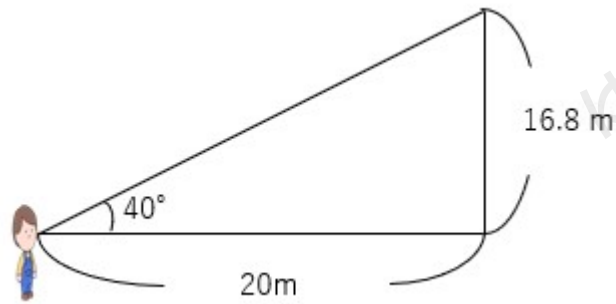
$$0.2x = 3.36$$

$$2x = 33.16$$

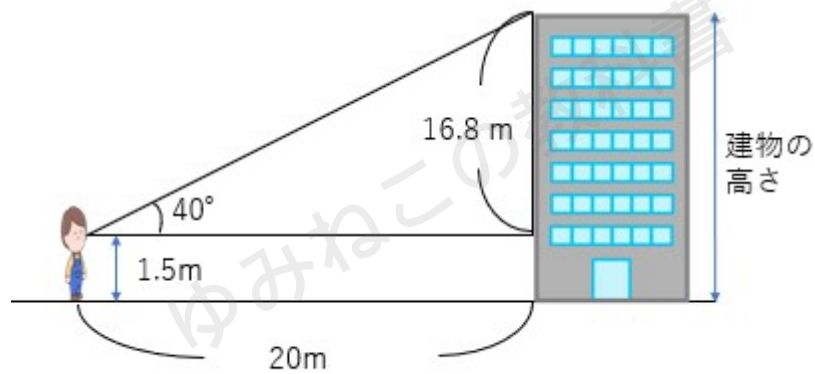
$$x = 16.8$$

実際の長さのxが16.8mって求まったね。





最初の図で今回わかった16.8mを書き入れてみよう。



答えを「建物の高さ16.8m」としてしまったら間違いだよ。上の図をみてわかると思うけど、人の視線の高さを足さないといけないよね。

だから16.8に1.5を足すよ。

$$16.8 + 1.5 = 18.3$$

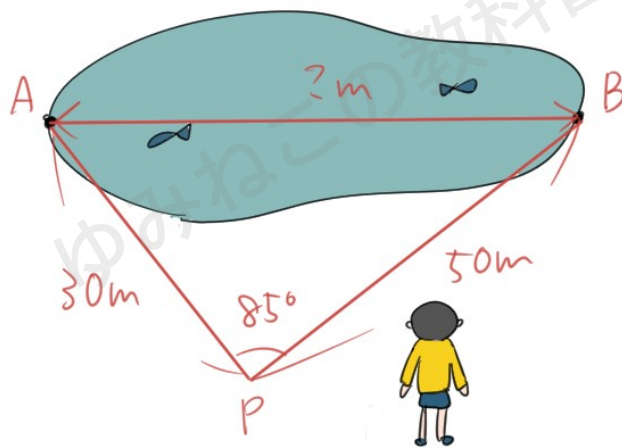
建物の高さは18.3mと求めることができるね。



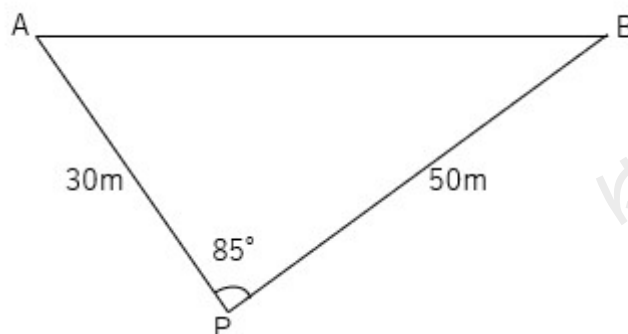
相似の利用「縮図を描く」問題

もう一問、縮図を描いて長さを求める問題に挑戦してみよう。

ある池のA地点とB地点の距離を測りたい。
A地点から30m、B地点から50mのところをとり、 $\angle APB$ の大きさを測ったら 85° だった。このとき、A、B間の距離を求めなさい。



上の図をもっと簡潔に書いてみると次のようになるよね。

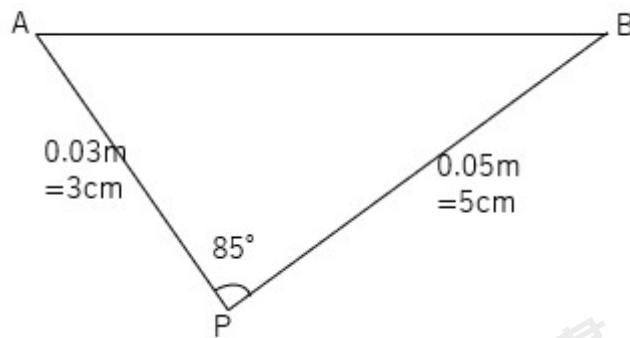


じゃあ実際にABの距離を求めよう。

1/10の縮図を書くとすると、BPの距離は $50\text{m} \times 1/10 = 5\text{m}$ になるよ。
5mではノートに書くことができないから、今回ももっと縮小する必要があるよね。



今回は1/1000の縮図で書くことにしよう。



30mを1/1000にすると、 $30\text{m} \times 1/1000 = 0.03\text{m}$ 。0.03mは3cmのことだね
50mを1/1000にすると、 $50\text{m} \times 1/1000 = 0.05\text{m}$ 。0.05mは5cmのことだね。

この三角形のABの長さを定規で測ってみよう。

正確に三角形をかけていたら、5.6cmになると思うよ。

ここから、相似の性質を使って、実際のABの距離を求めてもいいけど、今回は違う方法で解いてみよう。

1/1000の縮図を描いたのだから、もとの実際の距離を求めるには、1000倍してあげればいいよね。

縮図の5.6cm

↓ ×1000

実際の $5.6 \times 1000 = 5600\text{cm} = 56\text{m}$

と求めることができるよ。

池のAB間の距離は56mだね。



「相似の利用の問題の解き方」まとめ

- ・高さや影をもとに考える問題のポイント
 - 「高さ」と「かげ」を含む三角形はそれぞれみんな「相似になる」
 - 相似な図形の性質「相似な図形の対応する辺の長さの比はすべて等しい」を使ってわかっていない部分の長さを求めることができる。
- ・「見上げる問題」では、高さを求めるのに「人の目線の高さ」を足さないといけないことに注意しよう
- ・「縮図を書く問題」では、もとの大きさをどのくらい縮小すればいいかを考えよう。

