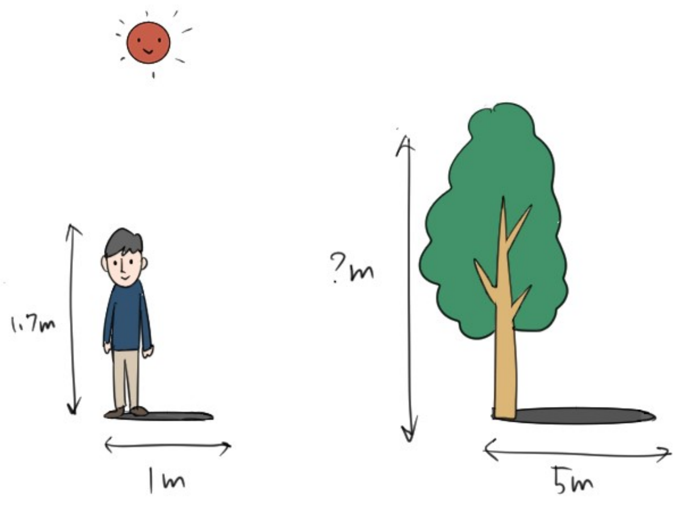
相似の利用「木の高さを求める」「縮図」の問題の解き方を徹底解説

相似の利用「木の高さを求める」問題

「相似の利用」の単元では、このように「木の高さを求める」問題がよく出題されるよ。

相似な図形の性質を使って、木の高さを求める方法を説明するね。

公園にいる身長1.7mの人のかげの長さが1mのとき、同じ公園にある木のかげの長さが5mだった。この木の高さを求めよ。



木の高さを知りたいんだけれど、直接測ることができないとき、「かげ」を利用して、木の高さを求められないかな?というわけだね。

木の高さを求める問題のポイントは

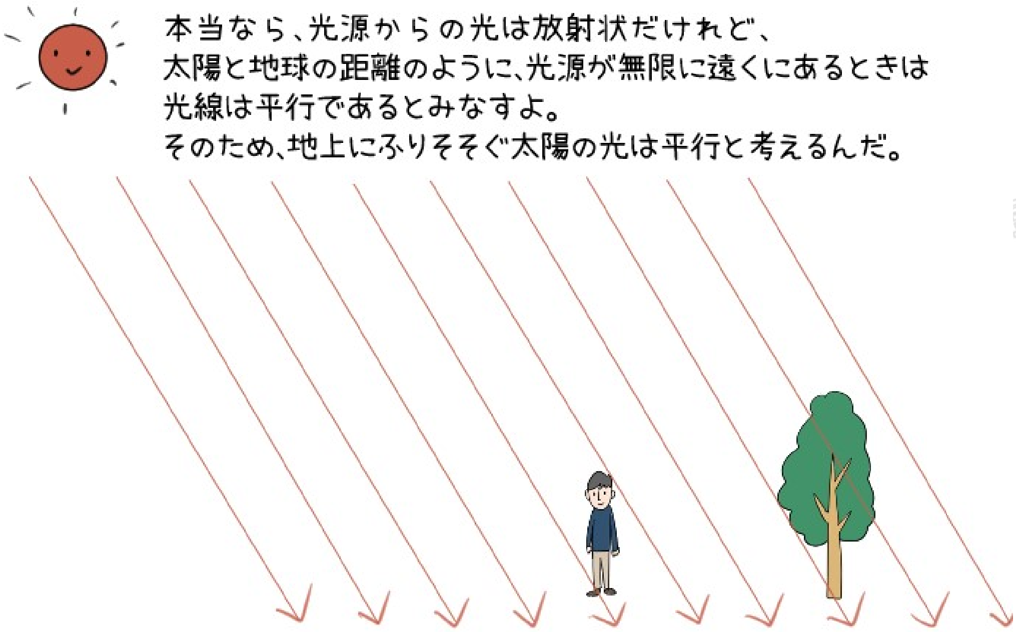
「高さ」と「かげ」を含む三角形はそれぞれみんな「相似になる」ということ。

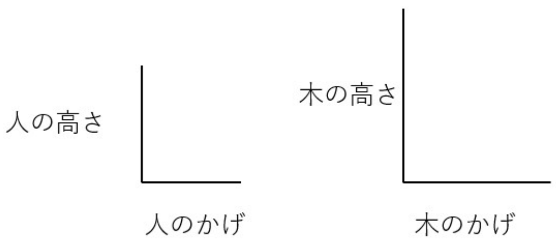
実は「人の高さ」と「人のかげ」の先端を結んだ三角形と、「木の高さ」と「木のかげ」の先端を結んだ三角形は相似になるんだ。

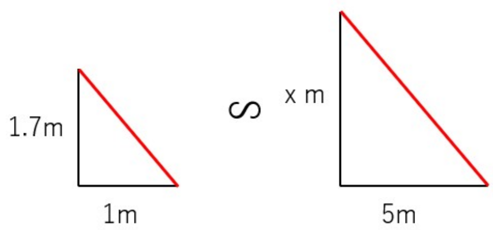
なぜかというと、木と人が同じ場所にいる場合、太陽の光の当たり方は同じになるからだよ。

相似になる理由

太陽の光は、平行に進むんだ。
そして太陽は、「人と木の距離」とは比べ物にならないくらい遠くにあるよね。ということは、人にも木にも同じように光が当たっていると考えていいんだよ。



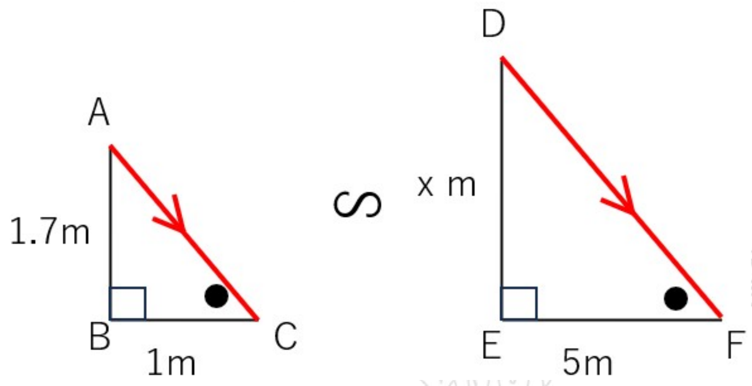




今回求めたいのは「木の高さ」だから、木の高さをxmと置いたよ。

ちなみに相似条件は「2組の角がそれぞれ等しい」

①人も木も地面に垂直に立っていると考える「∠A=∠E=90°」
②太陽の光線（赤線）は平行に当たっているので、「∠C=∠F」
①②から2組の角がそれぞれ等しいから、△ABC∽△DEF



あとは相似の性質を使ってxを求めたらOKだね。

xは長さの部分だから、相似の性質「相似な図形の対応する辺の長さの比はすべて等しい」が使えそうだね。

相似な図形の性質 相似な図形の対応する辺の長さの比はすべて等しい。 相似な図形の対応する角の大きさはそれぞれ等しい。

対応する辺の比は等しいから、

1.7:x=1:5という比例式を立てることができるよね。
1.7:x=1:5　←比例式の性質「a:b=c:d →ad=bc」を使うよ。
x×1=1.7×5
x=8.5

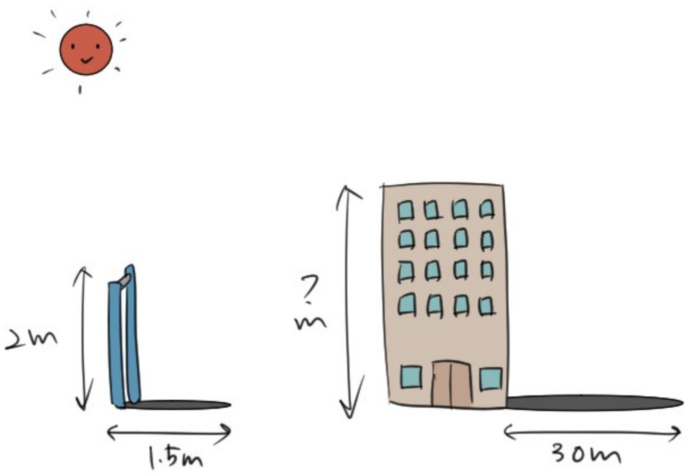
木の高さは8.5mと求めることができたね。

相似の利用「建物の高さを求める」問題

相似の利用の単元では、木の高さを求める問題もよく出題されるけど、このように「建物の高さ」を求める問題もあるんだ。

ただ、解き方は同じになるよ。

高さ2mの鉄棒のかげが1.5mのとき、建物のかげが30mだった。この建物の高さを求めよ。

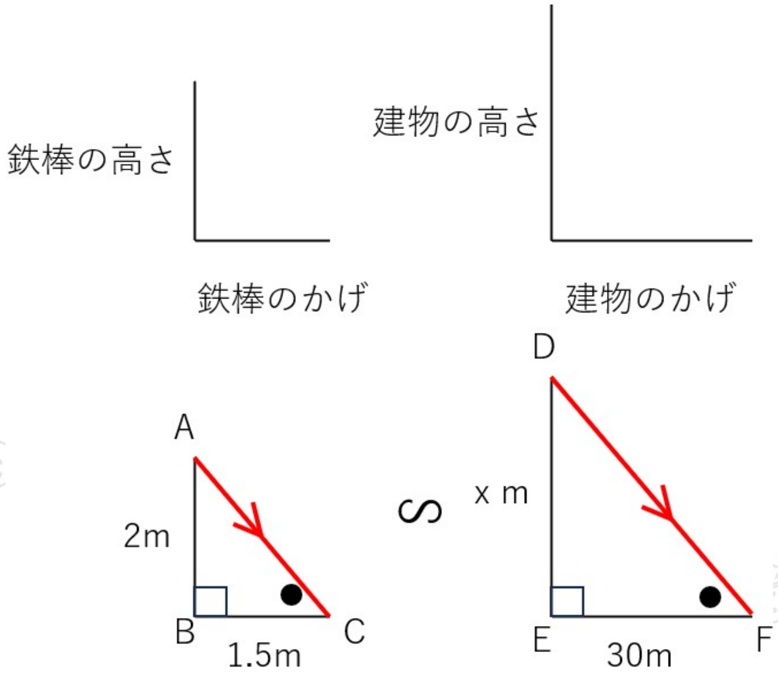


建物の高さを知りたいんだけれど、直接測ることは難しいよね。「かげ」を利用して、建物の高さを求められないかな？というわけだよ。

今回の問題のポイントも、木のかげの問題と同じで

かげは相似になるということ。

「鉄棒の高さ」と「鉄棒のかげ」の先端を結んだ三角形と、「建物の高さ」と「建物のかげ」の先端を結んだ三角形は相似になるんだ。



今回求めたいのは「建物の高さ」だから、建物の高さをxmと置いたよ。
あとは相似の性質を使ってxを求めればOKだね。

対応する辺の比は等しいから、

$2:x=1.5:30$という比例式を立てることができるよね。

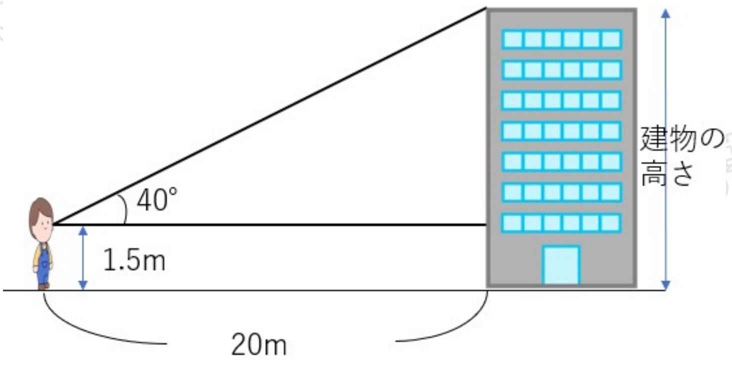
$2:x=1.5:30$
$x\times 1.5=2\times 30$
$1.5x=60$　←両辺を1.5で割ろう
$x=40$

建物の高さは40mと求めることができたね。

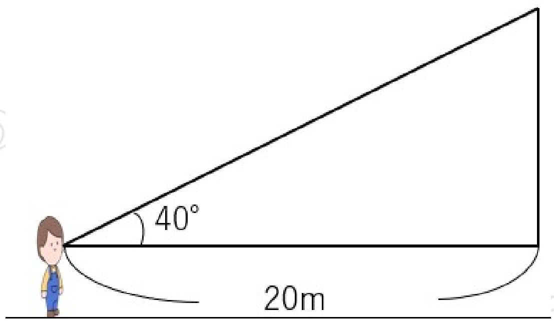
相似の利用「見上げる」問題

木の高さを求める問題で少しレベルアップしたのが、「見上げる問題」だよ。

ある建物の高さを測るために、建物と20mはなれた地点から建物の頂上を見上げたら、その角度は40° だった。
縮図を書いて、この建物の高さを求めなさい。ただし、目の高さを1.5mとする。



上の図をもっと簡潔に書いてみると次のようになるよね。今回の計算で大事なところは目線より上のところだから、下の部分と建物は省略したよ。

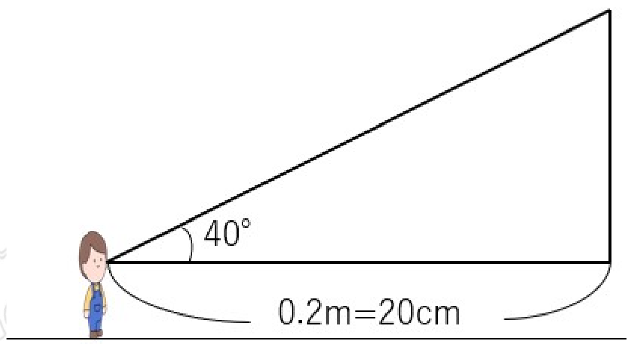


では実際に建物の高さを求めよう。

縮図っていうのは、実物よりも大きさを小さくした図のことだよ。
どのくらい小さく書くかはノートの大きさ次第って感じかな。

例えば、1/10の縮図を書くとすると、人と建物の距離は20m×1/10=2mになるね。
2mともなると、ノートに書くことができないから、もっと縮小する必要があるよね。

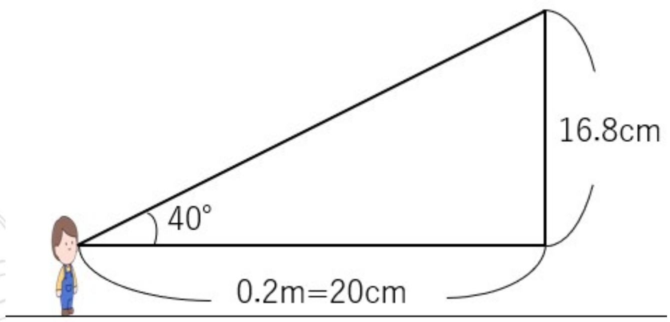
だから今回は1/100の縮図を書くことにしよう。



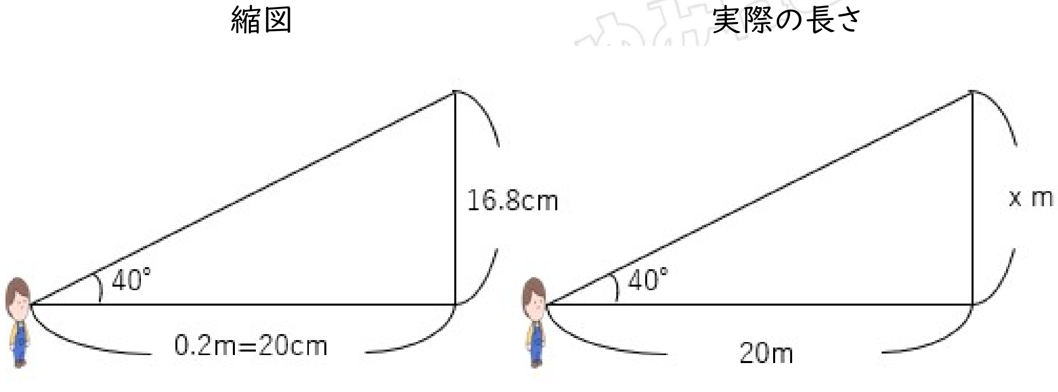
20mを1/100にすると、20m×1/100=0.2m。
0.2mとは20cmのことだから、上の三角形の底辺は20cmになるよ。

この三角形の高さを測ってみよう。

正確に三角形をかけていたら、16.8cmになると思うよ。



縮小する前の三角形（縮図）と縮小した三角形を比較してみよう。



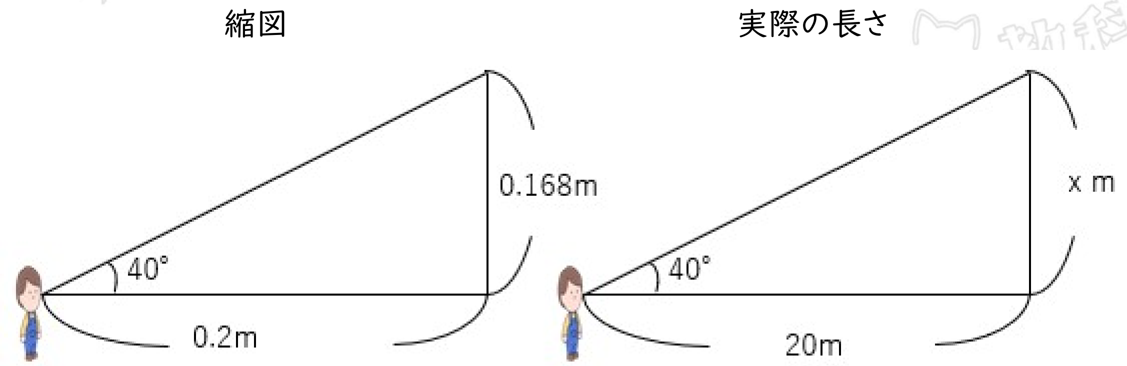
縮小しただけだから2つの三角形は相似になるよね。

求めたい三角形の高さをxmとおいて、相似な図形の性質を使って、xを求めよう。

相似な図形の性質

相似な図形の対応する辺の長さの比はすべて等しい。
相似な図形の対応する角の大きさはそれぞれ等しい。

ただ、単位が違うから「m」にそろえたよ。

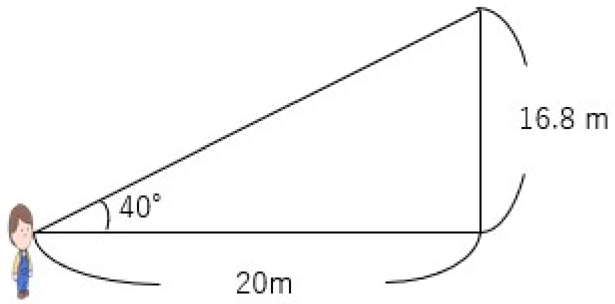


対応する辺の比は等しいから、

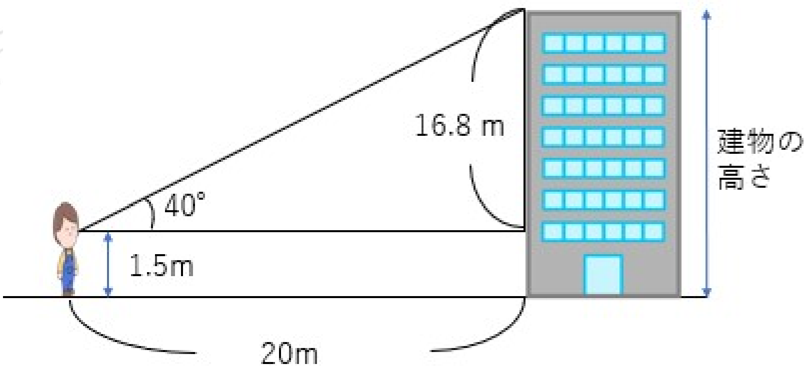
0.2:20=0.168:xという比例式を立てることができるよね。

0.2:20=0.168:x
0.2×x=20×0.168
0.2x=3.36
2x=33.16
x=16.8

実際の長さのxが16.8mって求まったね。



最初の図で今回わかった16.8mを書き入れてみよう。



答えを「建物の高さ16.8m」としてしまったら間違いだよ。上の図をみてわかると思うけど、人の目線の高さを足さないといけないよね。

だから16.8に1.5を足すよ。

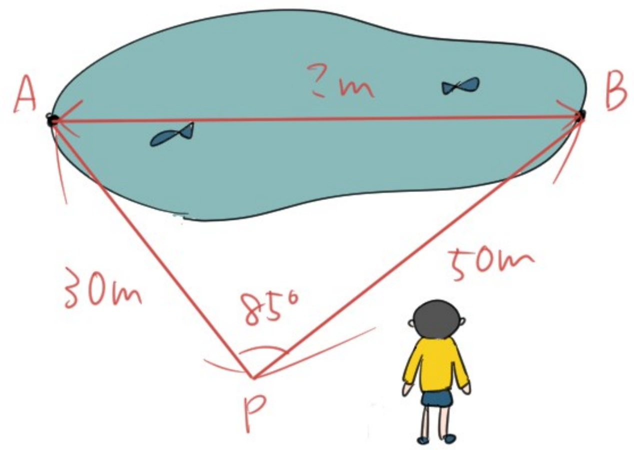
16.8+1.5=18.3

建物の高さは18.3mと求めることができるね。

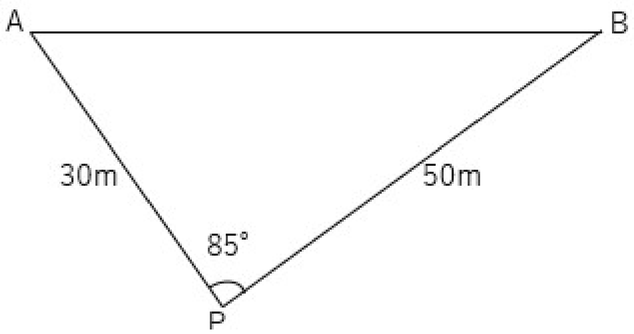
相似の利用「縮図を描く」問題

もう一問、縮図を描いて長さを求める問題に挑戦してみよう。

ある池のA地点とB地点の距離を測りたい。
A地点から30m、B地点から50mのところにP地点をとり、∠APBの大きさを測ったら85°だった。このとき、A、B間の距離を求めなさい。



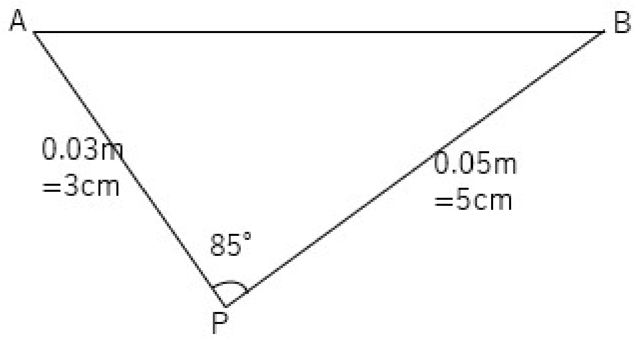
上の図をもっと簡潔に書いてみると次のようになるよね。



じゃあ実際にABの距離を求めよう。

1/10の縮図を書くとすると、BPの距離は50m×1/10=5mになるよ。
5mではノートに書くことができないから、今回ももっと縮小する必要があるよね。

今回は1/1000の縮図で書くことにしよう。



30mを1/1000にすると、30m×1/1000=0.03m。0.03mは3cmのことだね
50mを1/1000にすると、50m×1/1000=0.05m。0.05mはcmのことだよね。

この三角形のABの長さを定規で測ってみよう。

正確に三角形をかけていたら、5.6cmになると思うよ。
ここから、相似の性質を使って、実際のABの距離を求めてもいいけど、今回は違う方法で解いてみよう。

1/1000の縮図を描いたのだから、もとの実際の距離を求めるには、1000倍してあげればいいよね。

縮図の5.6cm
↓ ×1000
実際の5.6×1000=5600cm=56m

と求めることができるよ。

池のAB間の距離は56mだね。

「相似の利用の問題の解き方」まとめ

・高さと影をもとに考える問題のポイント
→「高さ」と「かげ」を含む三角形はそれぞれみんな「相似になる」
→相似な図形の性質「相似な図形の対応する辺の長さの比はすべて等しい」を使って
わかっていな部分の長さを求めることができる。

・「見上げる問題」では、高さを求めるのに「人の目線の高さ」を足さないといけないことに
注意しよう

・「縮図を書く問題」では、もとの大きさをどのくらい縮小すればいいかを考えよう。