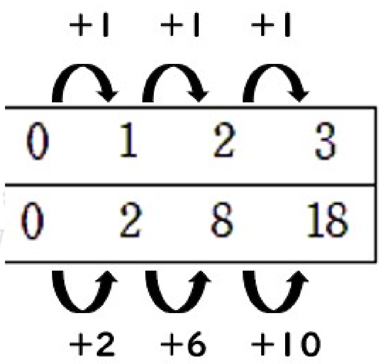
# 「ｙはｘの二乗に比例する」関数の変化の割合の求め方・変域とは？

## y=ax$^2$の値の変化

「ｙはｘの二乗に比例する関数（y=ax$^2$）」の値が、どのように変化していくのか見ていこう。
y=2x$^2$の「ｘ」と「ｙ」の対応表を作成してみたよ。

| $x$ | $-3$ | $-2$ | $-1$ | $0$ | $1$ | $2$ | $3$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y$ | $18$ | $8$ | $2$ | $0$ | $2$ | $8$ | $18$ |

この対応表を見ると、「x=0」からxが1ずつ増えると、yは2、6、10と増えていっているよね。




yの増え方はずっと同じでではないよね。

ずっと同じことを「一定」というから、
「**y=ax$^2$の値の変化は一定ではない**」といえるね。

2年生で勉強した一次関数「y=ax+b」の値の変化はどうだったのか復習してみよう。



© 2019- ゆみねこの教科書

## 一次関数「y=ax+b」の値の変化

一次関数「y=2x+1」の「x」と「y」の対応表を確認してみよう。

| $x$ | $-3$ | $-2$ | $-1$ | $0$ | $1$ | $2$ | $3$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y$ | $-5$ | $-3$ | $-1$ | $1$ | $3$ | $5$ | $7$ |

対応表を見ると「x=0」からxが1ずつ増えると、yは2ずつ増えているよね。

+1 +1 +1

| | | | |
|---|---|---|---|
| $0$ | $1$ | $2$ | $3$ |
| $1$ | $3$ | $5$ | $7$ |

+2 +2 +2

yは2ずつ増えているから、「y=ax+b」の値の変化は一定だとわかるね。

一次関数「y=ax+b」の値の変化
- yの増え方は一定

yはxの二乗に比例する関数「$y=ax^2$」の値の変化
- yの増え方は一定ではない（xの値によって変わってくる）

### $y=ax^2$の変化の割合の求め方

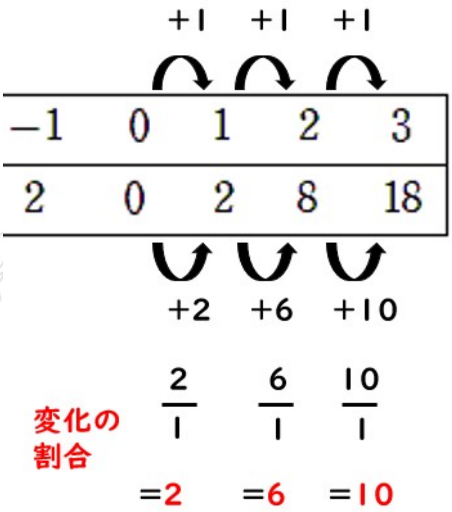
「変化の割合」という言葉を覚えているかな？
変化の割合とは、「どのくらい変化したか」を表すものだったよね。

**変化の割合**とは
- xが1増加したときのyの増加量を「変化の割合」という
- $\frac{yの増加量}{xの増加量}$で求めることができる



© 2019- ゆみねこの教科書

yはxの二乗に比例する関数「$y=2x^2$」の変化の割合$\frac{yの増加量}{xの増加量}$は、次のようになるよ。




**変化の割合はだんだんと大きくなっていて、一定ではないことがわかるね。**

yはxの二乗に比例する関数（$y=ax^2$）の変化の割合は、xの範囲によって変わってくるんだ。
実際に問題で確かめてみよう.

## $y=ax^2$の変化の割合を求める問題

> $y=3x^2$について、**xの値が1から4まで増加**したときの変化の割合を求めよ。

変化の割合は、$\frac{yの増加量}{xの増加量}$で求めることができるので
xとyの対応表を考えてみよう。

$y=3x^2$で

$x=1$のとき、
$y=3x^2$
$=3\times x^2$
$=3\times 1^2$
$=3\times 1$
$=3$



© 2019- ゆみねこの教科書

x=4のとき、

$y=3x^2$
$=3\times x^2$
$=3\times 4^2$
$=3\times 16$
$=48$

xとyの対応表を作ってみよう。関係のないところは「…」と書いてあるよ。

+3

| $x$ | … | 1 | … | 4 |
|---|---|---|---|---|
| $y$ | … | 3 | … | 48 |

+45

対応表から、xの増加量=+3、yの増加量=+45とわかるから、

$=\frac{y\text{の増加量}}{x\text{の増加量}}$
$=\frac{+45}{+3}$
$=15$

変化の割合は「15」と求めることができたね。
じゃあ次に、xの範囲を変えてみるよ。

$y=3x^2$について、**xの値が−2から1まで増加**したときの変化の割合を求めよ。

変化の割合は$\frac{y\text{の増加量}}{x\text{の増加量}}$で求めることができるので、
xとyの対応表を考えてみよう。



© 2019- ゆみねこの教科書

$y=3x^2$で

$x=-2$のとき、
$y=3x^2$
$=3\times x^2$
$=3\times(-2)^2$
$=3\times4$
$=12$

$x=1$のとき、

$y=3x^2$
$=3\times x^2$
$=3\times1^2$
$=3\times1$
$=3$

xとyの対応表を作ってみよう。関係のないところは「…」と書いてあるよ。

$$\begin{array}{c|ccccc} & & & \xrightarrow{+3} & & \\ \hline x & \cdots & -2 & \cdots & 1 \\ y & \cdots & 12 & \cdots & 3 \\ \hline & & & \xrightarrow{-9} & & \end{array}$$

対応表から、xの増加量=+3、yの増加量=−9とわかるので、

$=\dfrac{y\text{の増加量}}{x\text{の増加量}}$
$=\dfrac{-9}{+3}$
$=-3$

変化の割合は「-3」と求めることができたね。


© 2019- ゆみねこの教科書

$y=3x^2$の変化の割合

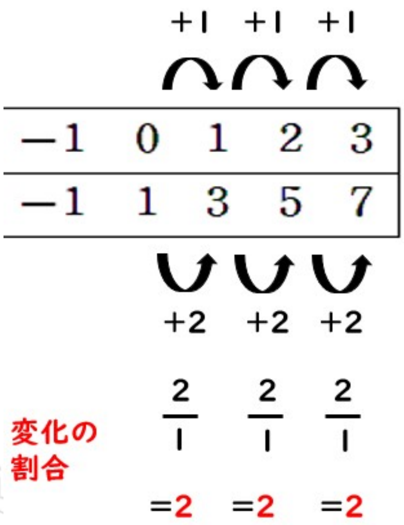
- xの値が1から4まで増加したときの変化の割合は15
- xの値が−2から1まで増加したときの変化の割合は3

**yはxの二乗に比例する関数（$y=ax^2$）の変化の割合は、xの範囲によって変わってくる**ことをしっかり覚えておこう。

**一次関数「y=ax+b」の変化の割合**

一次関数の変化の割合はどうなっていうのか、復習もかねて確認しておこう。

$y=2x+1$の変化の割合$\frac{yの増加量}{xの増加量}$は次のようになるよ。




変化の割合はずっと「2」になるから、一定だとわかるね。

一次関数の変化の割合は一定になるよ。

yはxの二乗に比例する関数と一次関数の変化の割合

- yはxの二乗に比例する関数$y=ax^2$の変化の割合は一定ではない
- 一次関数$y=ax+b$の変化の割合は一定


© 2019- ゆみねこの教科書

$y=ax^2$の変域

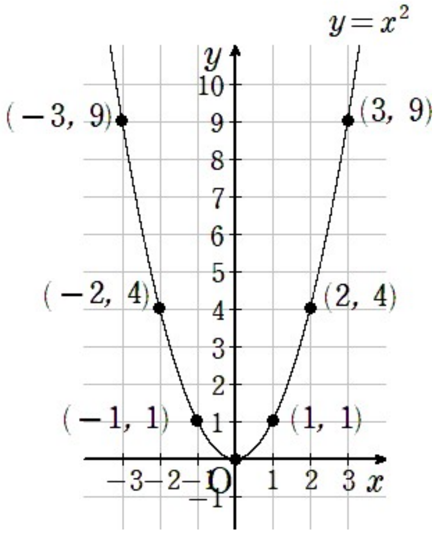
yはxの二乗に比例する関数の変域を考えてみよう。
「変域」とは、「範囲のこと」だと思っていればOKだよ。

$y=x^2$でxの変域が次のとき、yの変域を求めなさい。

(1) $1 \leqq x \leqq 3$

(2) $-2 \leqq x \leqq 1$

まず、$y=x^2$のグラフの形を思い出してみよう。

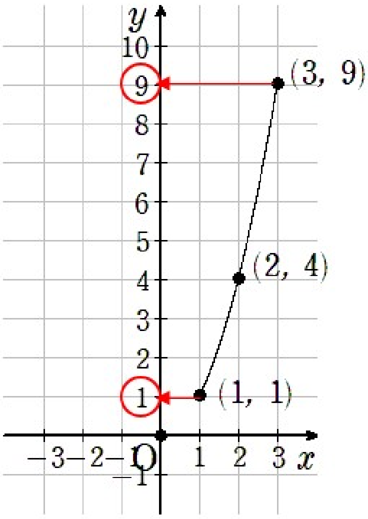





© 2019- ゆみねこの教科書

(1)

1≦x≦3の範囲だけグラフを書いてみると次のようになるよ。




yの値は、$y=x^2$の式にxを代入してそのつど求めることができるね。

yの最小値はy=1のとき、
yの最大値はy=9のときだから

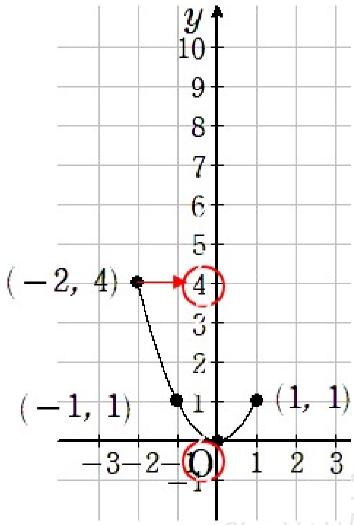
1≦y≦9
とyの変域が求まるよ。



© 2019- ゆみねこの教科書

(2)

-2≦x≦1の範囲だけグラフを書いてみると次のようになるよ。




yの最小値はy=0のとき、
yの最大値はy=4のときだから

0≦y≦4

とyの変域が求まるよ。

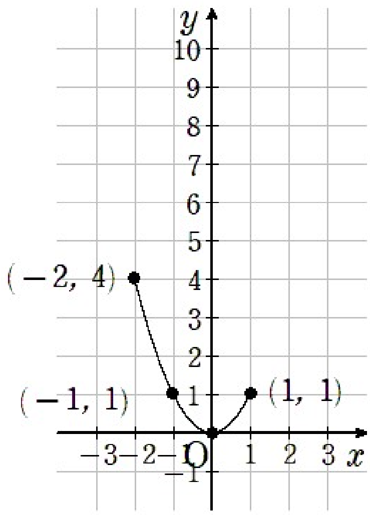


© 2019- ゆみねこの教科書

**よくある間違い**

$y=x^2$でxの変域が$-2 \leqq x \leqq 1$のときのyの変域を求める問題は間違えやすいので、
注意が必要だよ。

なぜなら、xの変域に「0」が含まれているから。（－2から1の範囲に、「0」がふくまれているよね）




最大値はy=4のときだというのは間違えようがないんだけれど、問題は最小値。

グラフを書けば、最小値はxが「0」のときのy=0のときだとわかるんだけれど、
グラフを書かずに式と変域だけで見てしまうと、つい**最小値はx=1のときのy=1と早とちりしてしまうんだよ。**

ミスをふせぐために、**yはxの二乗に比例する関数（$y=ax^2$）のx変域が「0」をはさむ場合は、簡単でいいのでグラフを書いてyの変域を確かめる**のが確実で安全だね。

**「yはxの二乗に比例する関数の変化の割合・変域」まとめ**

- yはxの二乗に比例する関（$y=ax^2$）の値の変化は一定ではない
- yはxの二乗に比例する関数（$y=ax^2$）の変化の割合は、xの範囲によって変わってくる
- xの変域に「0」が含まれている場合は、yの変域の最小は「0」になるので、注意しよう



© 2019- ゆみねこの教科書