

二次方程式とその解「二次方程式」とは？

「解」をわかりやすく解説

二次方程式とは

3年生では「二次方程式」を学習していくよ。

「方程式」というと、1年生の時に「一次方程式」、2年生の時に「連立方程式」を学習したよね。

それぞれどんな方程式だったか復習してみよう。

一次方程式

$$x + 4 = 6、2x + 3 = 5 \text{ など}$$

連立方程式

$$\begin{cases} 2x + y = 11 \\ x - 2y = 3 \end{cases}$$

一次方程式は「かけられている文字の数が1つの方程式」、
連立方程式は「2つ以上の方程式が組み合わさったもの」だったよね。

では二次方程式はどんな方程式かというと、
「かけられている文字の数が2つの方程式」
のことだよ。

文字が2つだから、「二次」方程式というんだね。

「二次」ってことは、かけられている文字が2つということだから、 x の2乗がたくさん出現するよ！



二次方程式の例

二次方程式の例を紹介するね。

$$x^2 = 9$$

$$x^2 + 2x = 4$$

「 x^2 」は x が2回かけられているよね。かけられている文字が2だから、どちらも二次方程式だよ。

二次方程式を見つけよう

(例) 次の方程式の中から二次方程式を選びなさい。

① $x^2 + 3x + 2 = 0$

② $x^2 + 4 = x^2 + 3x$

③ $x^3 = 8$

④ $(x - 2)^2 = 4$

答えは、①④が二次方程式になるよ。まちがえやすいものを紹介するね。

② $x^2 + 4 = x^2 + 3x$

「②も二次方程式じゃないの?」と思うよね。

$$x^2 + 4 = x^2 + 3x$$

の右辺にある x^2 を左辺に移項しよう。移項すると符号が変わるから次のようになるよ。

$$x^2 - x^2 + 4 = 3x$$

$$0 + 4 = 3x$$

$$4 = 3x$$

移項すると x^2 がなくなってしまうよね。だから $x^2 + 4 = x^2 + 3x$ は二次方程式ではないんだよ。(ちなみに一次方程式だね)

③ $x^3 = 8$

「 x^3 」は、 x が3回かけられているから、かけられている文字が3つだから、三次方程式だね。



$$\textcircled{4} (x-2)^2 = 4$$

左辺を展開すると

$$x^2 - 4x + 4 \text{ になるね。}$$

だからこれは二次方程式といえるね。

二次方程式の一般形

一般形っていうのは、どの方程式にも共通している形だと考えればOKだよ。

二次方程式の一般的な形は次のようになるよ。

$$ax^2 + bx + c = 0$$

aやbやcには数字入るんだけど、aは0になってはいけないんだよ。

a = 0 になってはいけない理由

もし a = 0 になったら

$$ax^2 + bx + c = 0 \text{ は}$$

$$0x^2 + bx + c = 0 \quad \leftarrow 0x \text{ は } 0 \text{ のこと}$$

$$0 + bx + c = 0$$

$$bx + c = 0$$

となって、一次方程式になっちゃうよね。

だから教科書や問題集には

$$ax^2 + bx + c = 0 \quad (a \neq 0)$$

と書かれているんだ。

ちなみに a ≠ 0 っていうのは「aは0ではない」という意味だよ。



二次方程式の例題

これからの学習では、「二次方程式を解く」ということをするんだ。

方程式っていうのは、文字が使われている等式だったよね。

例えば、次の問題を考えてみよう。

(例1) 方程式 $x^2 = 9$ は、 x にいくつを入れると成り立つかな？

ぱっとわかる人はいいんだけど、わからない人は x に順番に数字を入れてみよう。
 x に -3 から 3 まで入れてみたよ。左辺と右辺の値が同じになる（これを「方程式が成り立つ」というよ）のは、 x がいくつのときかな？

xの値	左辺 x^2	大小関係	右辺 9
$x=-3$	$(-3)^2=9$	=	9
$x=-2$	$(-2)^2=4$	<	9
$x=-1$	$(-1)^2=1$	<	9
$x=0$	$0^2=0$	<	9
$x=1$	$1^2=1$	<	9
$x=2$	$2^2=4$	<	9
$x=3$	$3^2=9$	=	9

上の表から、 x が 3 のときと x が -3 のときに、左辺と右辺が同じになって、方程式が成り立つね。

これから学習する二次方程式は、成り立つ値が2つあることがほとんどだよ。

二次方程式のポイント

今まで学習したことをまとめてみたよ。

- 二次方程式とは、かけられている文字の数が2つの方程式
- 一般的な形は次のようになるよ。
 $ax^2+bx+c=0$ ($a \neq 0$)
- 二次方程式は、成り立つ値は2つあることがほとんど



「解」とは

方程式を成り立たせることができる値のことを「方程式の^{かい}解」というよ。

さっきの問題でいえば、方程式 $x^2=9$ の解は

$$x=-3, 3$$

となるよ。

-2、-1、0、1、2のうち、二次方程式 $x^2+3x+2=0$ の解を選びなさい。

ぱっとわかる人はいいんだけど、わからない人はxに順番に数字を入れてみよう。xに-2から2まで入れてみたよ。左辺と右辺の値が同じになるのは、xがいくつのときかな？

xの値	左辺 x^2+3x+2	大小関係	右辺 0
$x=-2$	$(-2)^2+3 \times (-2)+2=0$	=	0
$x=-1$	$(-1)^2+3 \times (-1)+2=0$	=	0
$x=0$	$0^2+3 \times 0+2=2$	>	0
$x=1$	$1^2+3 \times 1+2=6$	>	0
$x=2$	$2^2+3 \times 2+2=12$	>	0

上の表から、xが-2のときとxが-1のときに、左辺と右辺が同じになっているから、方程式の解は $x=-2, -1$ とわかるね。



「解く」とは

方程式の解を求めることを方程式を解くっていうんだよ。

二次方程式 $x^2-2x-3=0$ を解きなさい。

ぱっとわかる人はいいんだけど、わからない人は x に順番に数字を入れてみよう。 x に -3 から 3 まで入れてみたよ。左辺と右辺の値が同じになるのは、 x がいくつのときかな？

x の値	左辺 x^2-2x-3	大小関係	右辺 0
$x=-3$	$(-3)^2-2 \times (-3)-3=12$	>	0
$x=-2$	$(-2)^2-2 \times (-2)-3=5$	>	0
$x=-1$	$(-1)^2-2 \times (-1)-3=0$	=	0
$x=0$	$0^2-2 \times 0-3=-3$	<	0
$x=1$	$1^2-2 \times 1-3=-4$	<	0
$x=2$	$2^2-2 \times 2-3=-3$	<	0
$x=3$	$3^2-2 \times 3-3=0$	=	0

上の表から、 x が -1 のときと x が 3 のときに、左辺と右辺が同じになっているから、方程式の解は $x=-1, 3$ とわかるね。



二次方程式で出てくる用語

二次方程式では次の言葉が出てきたよ。ほとんど、1年生でも学習した内容だけど、もう一度しっかり確認して覚えよう。

二次方程式で出てくる用語

①二次方程式

- かけられている文字の数が2つの方程式
- 3年生で学習する方程式
※高校生では、三次方程式っていうのを勉強するよ。 $(x^3+3x+2=0)$
- 一般的な形は次のようになるよ。
 $ax^2+bx+c=0$ ($a \neq 0$)

②二次方程式の解

- 二次方程式を成り立たせるxの値のこと
- 二次方程式の解は2つあることがほとんど

③方程式を解く

- 方程式の解を求めること

