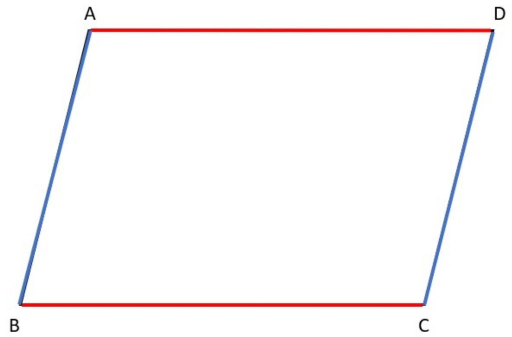
「平行四辺形の定義と性質」
平行四辺形の定理を証明してみよう

平行四辺形の対辺とは

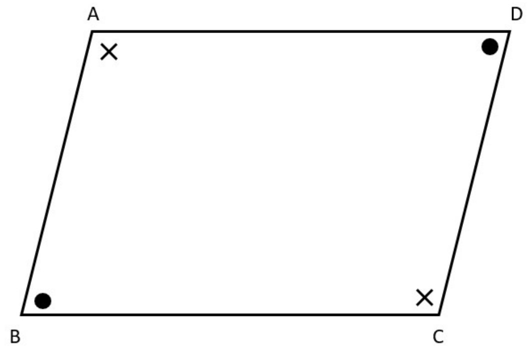
平行四辺形の辺や角の名前について確認していこう。最初に、辺の名前から確認していくよ。
四角形の向かい合う辺を対辺（たいへん）と呼ぶよ。



上の図の AD の対辺は BC（赤い辺どうしが対辺）、AB の対辺は DC（青い辺どうしが対辺）になるよ。

平行四辺形の対角とは

次に、角の名前を確認しよう。
四角形の向かい合う角を対角（たいかく）と呼ぶよ。

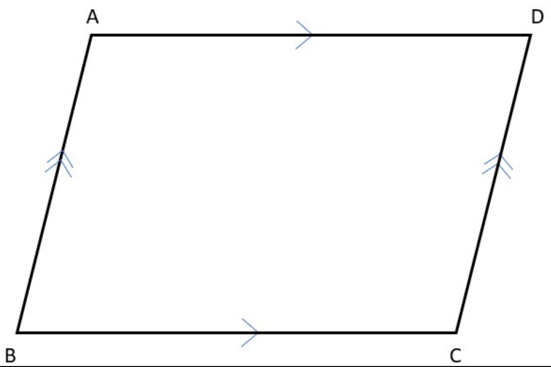


上の図の∠BAD の対角は∠DCB（×の印がついた角どうしが対角）、∠ABC の対角は∠CDA（●の印がついた角どうしが対角）になるよ。

平行四辺形の定義

ここから平行四辺形について、より詳しく勉強していこう。
まずは、平行四辺形の定義から確認しよう。

平行四辺形の定義　２組の対辺がそれぞれ平行な四角形

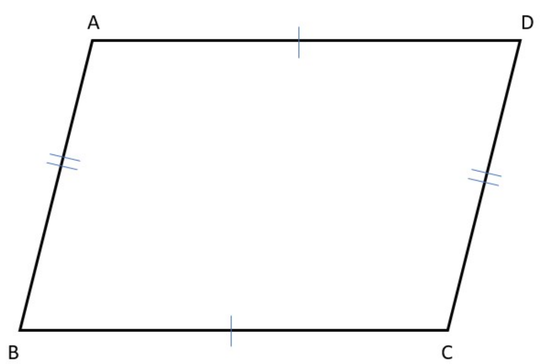


これまで登場した図形と同じように、漢字で書いたままの定義「平行な四つの辺がある四角形」だね。

平行四辺形の性質（定理）

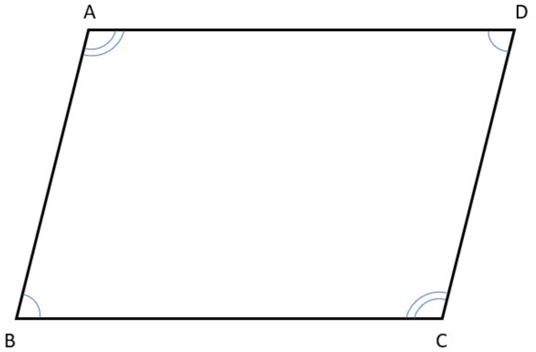
次に、平行四辺形の３つの定理について確認しよう。

平行四辺形の定理
①平行四辺形では、２組の対辺はそれぞれ等しい



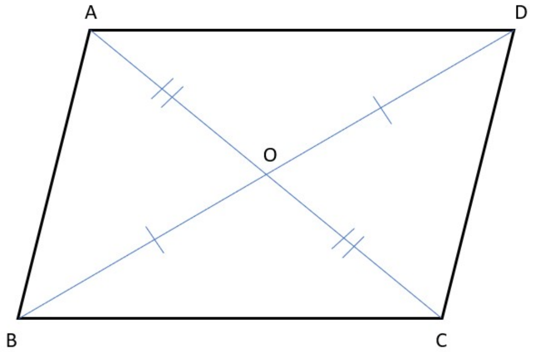
AB＝DC、AD＝BC ということだよ。

②平行四辺形では、２組の対角はそれぞれ等しい



∠ABC＝∠CDA、∠BAD＝∠DCB ということだよ。

③平行四辺形では、対角線はそれぞれの中点で交わる



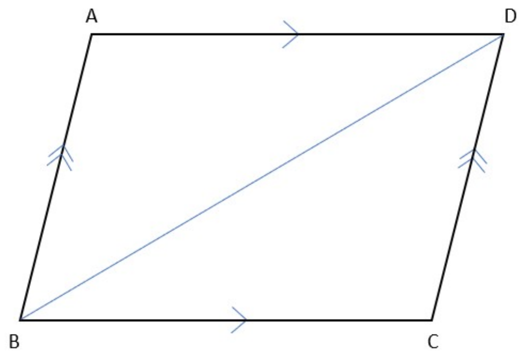
BO＝DO、AO＝CO ということだよ。

それぞれの定理は、定義を使って証明することができるから確認してみよう！

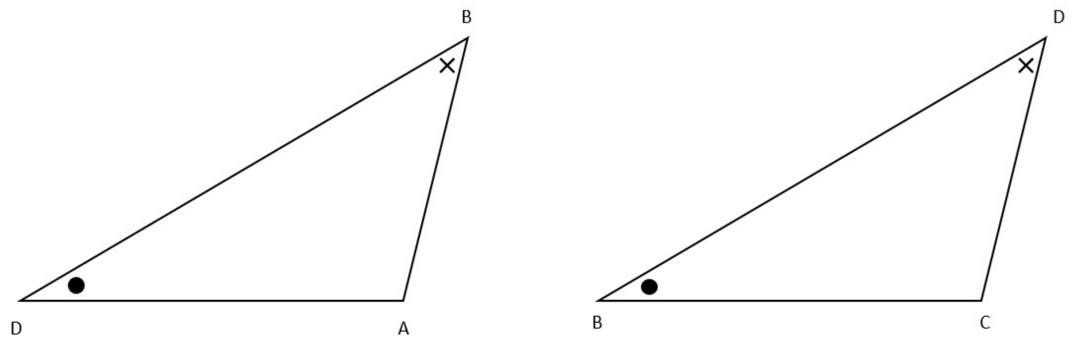
平行四辺形の性質の証明

①平行四辺形の２組の対辺がそれぞれ等しいことの証明
四角形 ABCD が AB∥CD、AD∥CB の平行四辺形ならば、
AB＝CD、AD＝CB であることを証明しなさい。

平行四辺形 ABCD の頂点 B と頂点 D を結んで、△BAD と△DCB が合同であることを使って証明していくよ。



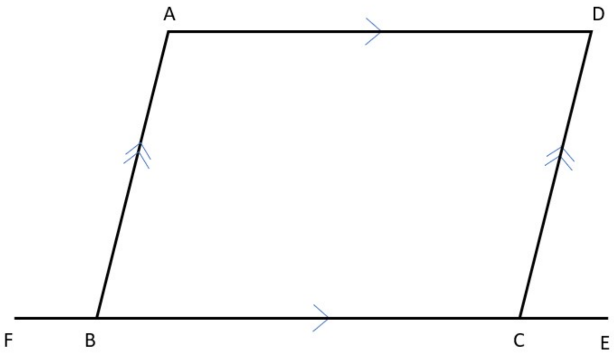
△BAD と△DCB において
仮定の AB∥CD から、平行線の錯角が等しいので、
∠ABD＝∠CDB・・・①
仮定の AD∥CB から、平行線の錯角が等しいので、
∠ADB＝∠CBD・・・②
BD は共通・・・③



①、②、③より、１組の辺とその両端の角がそれぞれ等しいから
△BAD≡△DCB
合同な図形の対応する辺は等しいから
AB＝CD、AD＝CB
よって、平行四辺形の２組の対辺はそれぞれ等しい。

②平行四辺形の２組の対角がそれぞれ等しいことの証明
四角形 ABCD が AB∥CD、AD∥CB の平行四辺形ならば、∠ABC＝∠CDA、∠BAD＝∠DCB であることを証明しなさい。

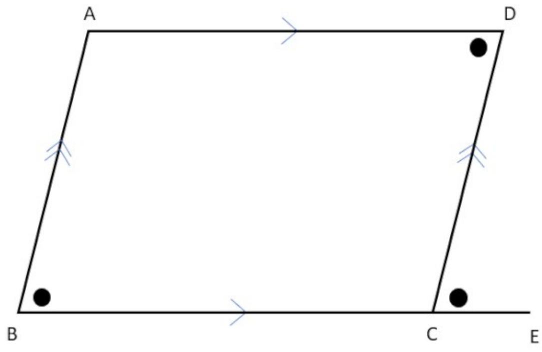
平行四辺形の辺 BC の延長線上に点 E、点 F をとって証明していくよ。

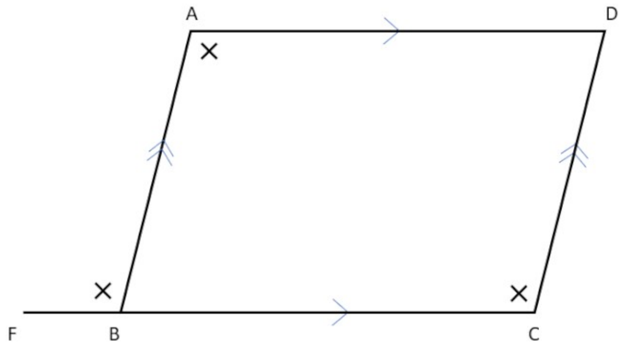


仮定の AD∥BC から、平行線の同位角は等しいので、
∠ABC＝∠DCE・・・①
また平行線の錯角は等しいので、
∠DCE＝∠CDA・・・②
①、②より
∠ABC＝∠CDA・・・③
※下の左側の図で確認しよう。

同様に、平行線の同位角は等しいので、
∠DCB＝∠ABF・・・④
また平行線の錯角は等しいので、
∠ABF＝∠BAD・・・⑤
④、⑤より
∠BAD＝∠DCB・・・⑥

※下の右側の図で確認しよう。

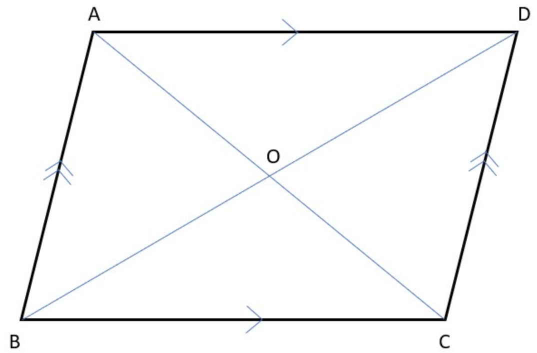




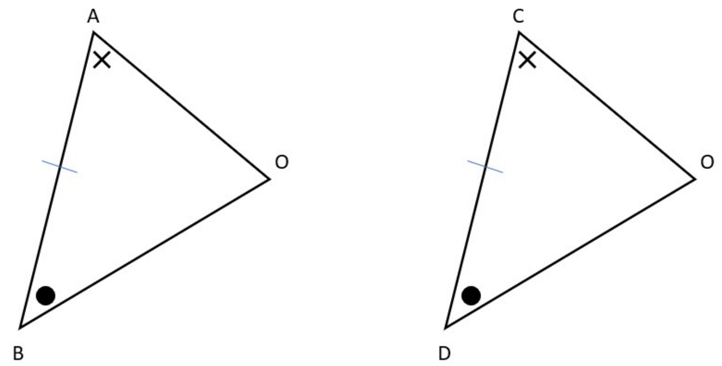
③、⑥より平行四辺形の２組の対角はそれぞれ等しい。

③平行四辺形の対角線がそれぞれの中点で交わることの証明
四角形 ABCD が AB∥CD、AD∥CB の平行四辺形ならば、
AO＝CO、BO＝DO であることを証明しなさい。

平行四辺形 ABCD の頂点 B と頂点 D を結び、頂点 A と頂点 C を結び、その交点を O として、△ABO と△CDO が合同であることを使って証明していくよ。



△ABO と△CDO において
仮定の AB∥CD から、平行線の錯角は等しいので、
∠ABO＝∠CDO・・・①
仮定の AB∥CD から、平行線の錯角は等しいので、
∠BAO＝∠DCO・・・②
平行四辺形の対辺は等しいので、
AB＝CD・・・③



①、②、③より、１組の辺とその両端の角がそれぞれ等しいから
△ABO≡△CDO
合同な図形の対応する辺は等しいから
AO＝CO、BO＝DO
よって、平行四辺形の対角線はそれぞれの中点で交わる。

二等辺三角形の定義・定理と同じように証明の中で「すでに正しいと認められていることがら」として使うことができるから、しっかりと覚えておこう！

平行四辺形の定義と性質まとめ

・平行四辺形の向かい合う辺を対辺、向かい合う角を対角という

・平行四辺形の定義
２組の対辺がそれぞれ平行な四角形

・平行四辺形の性質（定理）①
平行四辺形では、２組の対辺はそれぞれ等しい

・平行四辺形の性質（定理）②
平行四辺形では、２組の対角はそれぞれ等しい

・平行四辺形の性質（定理）③
平行四辺形では、対角線はそれぞれの中点で交わる