

自然数と素数とは？素因数分解のやり方のコツとは 「整数の性質」

「整数の性質」教科書の説明

自然数とは、1以上の整数である。

1とその数自身の積でしかあらわせない数を素数という。

ただし、1は素数ではない。

自然数を素数の積だけであらわすことを素因数分解という。

自然数とは

教科書の説明：1以上の整数を自然数という。

ここのポイントは、

- ・自然数は整数でなきゃいけない。つまり、小数や分数はダメなんだよね。
- ・1以上でないといけない。つまり、マイナスや「0」もダメなんだよね。

自然数を例でいうと

1、2、3、4、5、6、7、8、9、10・・・。

要するにプラスの整数のことだね。

中学校の数学ではプラスのことを「正」というから、自然数とは「正の整数」と言い換えることもできるよ。

自然数の意味はそのまま、「自然な数」とイメージするといいよ。

物の個数を数えたり、順番を数えたりといった日常生活で、みんなが当たり前のよう使う数だと思ってもらえたらオッケー。

そうすると、どうしてマイナスや「0」が含まれないかがわかるはず。

たとえば、リンゴをかぞえなきゃいけないときを想像してみて。



「リンゴがあるから」数えるんだよね。リンゴがないのに、わざわざ「リンゴが0コある」とは数えないよね。

ましてや、「リンゴがマイナス2コ」なんてことは、自然にはありえないことだよ。

とくに「自然数には0は入らない」というのは、テストでもひっかけ問題としてよく出てくるので、ここでしっかりおさえておこう！

自然数と整数の違いは何？

自然数と整数はすごく似ていて、間違えやすいよね。

でも、自然数と整数の違いはすごくシンプル。

自然数は「正の整数」だけだったよね。

整数は、正の整数だけではなく、「0」や、0より小さい整数「マイナス」も入るよね。

(マイナスの整数は「負の整数」と言い換えられるよ)

わかりやすくまとめると次のようなイメージ。

自然数 → 正の整数だけ

整数 → 負の整数 + 0 + 正の整数

素数とは

教科書の説明：1とその数自身の積でしかあわせない数を素数という。

ただし、1は素数ではない。

このポイントは、

- ・ 1は素数ではないこと！

「1とその数自身の積でしかあわせない数」という言葉がむずかしいよね。

素数をわかりやすく簡単に言うと「1と、”自分自身の数”でしか割り切れない数」。

たとえば、「3」と「5」って、それぞれ「3」と「5」でしか割り切れないよね。

でも、「4」とか「6」はどう？



「4」は「2」でも割り切ることができるし、「6」も「3」で割り切ることができるよね。

「1」は、すべての数を割り切ることができるから、あたりまえのように登場しているよ。つまりスタメンみたいなものかな。

「1と、”自分自身の数”でしか割り切れない数」という条件で、素数かどうかを判定していくと、1~100までの素数は次の通り。

2、3、5、7、11、13、17、19、23、29、31、37、41、43、47、53、59、61、67、71、73、79、83、89、97

素数の覚え方

「えー！そんなに覚えられないよ・・・」という子がいっぱいいると思う。

ただ中学校の数学では「2、3、5、7、11」が素数であることを知っていれば解ける問題ばかりなので次のように覚えるのがおすすめだよ。

中学数学でよく出る素数の覚え方

兄にいさん（2、3）と午後ごご（5、5）にセブンイレブン（7、11）に行く。

これだったら覚えられるね。

1は素数ではない！

さて、素数の大切なポイントのひとつは、「1は素数ではない」こと。素数には、「約数が2つしかない数」という定義（ルール）があるんだよ。

約数というのは、「その数を割り切ることができる数」のこと。

さっきの「1と、その数自身でしか割り切ることができない」という言葉は、言い換えると「その数を割り切ることができるのは1とその数自身の2つ」。つまり「約数は2つしかない」となるよね。



そうすると、「1」はどうかというと・・・

そう、「1」は約数が1つしかないよね。だって、「1」だけだから。

だから、「1」は素数の仲間入りはできないんだ。

でもなんでそんないじわるをするのかというと、「1」を素数にしてしまうと、「他の数がすべて素数ではなくなってしまう」からなんだ。

どうしてそんなことになってしまうかを説明するとすごく大変なのでここでは省略するけど、「1」って、どんな数でも割り切ることができるよね。

つまり、「スーパーチートアイテム」みたいなイメージ。

「1」を素数にしてしまうと、めちゃくちゃになってしまうので、「1」はナシね、となっているというわけだね。

素因数分解のやり方をマスターしよう！

素因数分解のやり方をマスターするために、まずは素因数分解とは何かを知ろう。

教科書の説明：自然数を素数の積だけであらわすことを素因数分解という。

ある自然数のことを、「○かける△」だよ、と素数のかけ算だけであらわすことを素因数分解というんだ。

例えば30という自然数で考えてみよう。

30は 6×5 と表すことができるよね。

ただ、これでは素因数分解したとはいえないんだよ。なぜなら6が素数ではないから。

だから6を分解して 2×3 にしたら、すべてが素数になるよね。

まとめると次のようになるね。

$$\textcircled{1} 30 = 6 \times 5$$

→6が素数ではないから、素因数分解できていない。



$$\textcircled{2} 30 = 2 \times 3 \times 5$$

→ 2、3、5すべてが素数だから、素因数分解できている。

もう1問考えてみよう。

42という数を考えてみよう。①②どちらが素因数分解できているかわかるかな？

$$\textcircled{1} 42 = 2 \times 3 \times 7$$

$$\textcircled{2} 42 = 6 \times 7$$

→もちろん答えは①だよ。2、3、7すべて素数だからね。一方②は6が素数ではないよね。

このように素因数分解っていうのは、自然数を素数の積（かけ算）で表すことをいうよ。

これは「料理」に例えてみると面白いよ。

たとえば、「ハンバーグ」があったとするよ。

ハンバーグを「できている材料で分解」してみよう。

牛ひき肉と、豚肉と、卵と、パン粉、玉ねぎと牛乳、ナツメグに塩コショウ・・・
「パン粉」がまだ分解できるね。

牛ひき肉と、豚肉と、卵と、卵と、小麦粉と、さとう、イースト、バター・・・
こんなふうに、「もう分解できないよ」というところまで分解するイメージ。

「この自然数は、どんな数（素数）でできている数なのかな？」と分解してみるのが、素因数分解なんだね。

「因」っていう漢字は、「原因」とかでも使われるように、「もとになったこと」という意味だよ。

「素因数分解」は、「もとになっている素数で分解する」という意味の言葉なんだね。



素因数分解のひっ算

では最後に441を素因数分解してみよう。

「えー！！そんなおおきい数がどんな素数のかけ算になっているかなんて、さっぱりわからないよ！」ってなるよね。

そうだね、今のやり方で考えていては大変。

そこで、「素因数分解のひっ算」のやり方を覚える必要があるんだ。

ひっ算と言っても、これまでに使ってきた「足し算や引き算」の時とはちょっと違って、次のようなやり方をするよ。

$$\begin{array}{r} \textcircled{2} \overline{) 30} \textcircled{1} \\ \underline{0} \\ 3 \overline{) 15} \textcircled{3} \\ \underline{0} \\ 5 \end{array}$$

↑素数になるまで

素因数分解の筆算ひっさんのやり方

- 1 素因数分解したい数を書く。
- 2 右の数を割り切ることができる素数を書く。
- 3 商を書く。
※②と③を商が素数になるまで繰り返す。
- 4 ④商が素数になったら、図で赤く示したところの積が答えになる。



さっき、「数が大きくて無理!」と思った「441」を素因数分解してみると次のようになるよ。

$$\begin{array}{r} 3 \overline{) 441} \\ 3 \overline{) 147} \\ 7 \overline{) 49} \\ 7 \end{array}$$

この結果から $441 = 3^2 \times 7^2$

このひっ算を知っていれば簡単に素因数分解ができるよね。

素因数分解の裏ワザ・コツは？

素因数分解の裏ワザやコツを紹介するよ。素因数分解を早く解くには、割り切れる数を見つけるスピードが大事だよ。

1桁目が偶数だったら2で割り切れることは当たり前だよ。では、例えば、1113って何で割り切れるかわかるかな？

実は3で割り切れるんだよ。

そんないくつで割り切れるかを見つける裏ワザやコツを紹介するよ。マスターすることで素因数分解が速くなること間違いなし。

素数3で割り切れるか見分ける裏ワザ

素数3で割り切れるかどうかは、すべての桁の和が3の倍数になっているかどうかでわかるよ。



例えば、1113だったら、すべての桁の和は $1 + 1 + 1 + 3 = 6$ で3の倍数になっている。だから3で割り切れるとわかるんだよ。

素数11で割り切れるか見分ける裏ワザ

3で割り切れるかを見つけるより複雑でありあまり使うことはないかもしれないけど、素数11で割り切れるか見分ける裏ワザもあるよ。

- ① 同じ数字が偶数個ずつ並んでいる
(88、2288、224433など)
- ② 奇数個の数字の繰り返しになっている
(345345、5614256142など)
- ③ 偶数桁の数字が、上から読んでも下から読んでも同じ数字になっている
(4554、65744756など)

素因数分解の問題に挑戦してみよう

素因数分解の問題に挑戦してみよう。

素因数分解の例題

24を素因数分解してみよう。

$$\begin{array}{r} 3 \overline{) 24} \\ \underline{ 24} \\ 0 \\ 2 \overline{) 8} \\ \underline{ 8} \\ 0 \\ 2 \overline{) 4} \\ \underline{ 4} \\ 0 \\ 2 \end{array}$$

答え $24 = 2^3 \times 3$



素因数分解の問題（難しい）

243を素因数分解してみよう。

$$\begin{array}{r} 3 \overline{) 243} \\ 3 \overline{) 81} \\ 3 \overline{) 27} \\ 3 \overline{) 9} \\ 3 \end{array}$$

答え $243 = 3^5$

素因数分解の問題（応用）

次の問題は素因数分解を利用した応用問題。まず素因数分解するところから始めてみよう。

問題：ある数を2乗すると1764になる。ある数を求めなさい。

【解説】

①1764を素因数分解すると次のようになるよね。

$$1764 = 2^2 \times 3^2 \times 7^2$$

②素因数分解の答えのかけ算の順番を変えてみるよ。

$$\begin{aligned} 1764 &= 2^2 \times 3^2 \times 7^2 \\ &= 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 7 \times 7 \\ &= 2 \times 3 \times 7 \times 2 \times 3 \times 7 \\ &= (2 \times 3 \times 7) \times (2 \times 3 \times 7) \\ &= 42 \quad \times \quad 42 \end{aligned}$$



③ 42×42 が 1764 になることがわかるかな？

なので答えは 42 になるんだ。

整数の性質まとめ

「自然数と素数」「素因数分解」についてわかったかな？

整数の中には自然数や素数という数字があって、素数を使うと素因数分解ができるんだよ。

中学数学がはじまって、いきなり難しそうな言葉に、つい数学にニガテ意識をもってしまいう子も多いと思うので、整数の性質のまとめを下に乗せたよ。

整数の性質まとめ

- ・ 整数は -3 、 -2 、 -1 、 0 、 1 、 2 、 3 などで、 0 もマイナスも含まれる。
- ・ 自然数は 1 、 2 、 3 などの正の整数で 0 やマイナスは含まない。
- ・ 素数は 1 より大きい自然数で、 1 と自分自身でしか割り切れない数のこと。
例： 2 、 3 、 5 、 7 、 11 ・・・。
- ・ 素因数分解とは素数の積で表すこと。例： $30 = 2 \times 3 \times 5$ 。

