多項式の乗法「展開する」とは？ 多項式と多項式の乗法を解説

(a+b)(c+d)を計算してみよう

今までの学習で、多項式と単項式の乗法（かけ算）はやってきたよね。
では、多項式と多項式の乗法はどうだろう。

たとえば、「(a+b)(c+d)」の計算がどうなるかを考えてみるよ。

(a+b)(c+d)という式では、（　）と（　）の間に「×（かける）」が省略されているよね。なので「(a+b)×(c+d)」というように「かけ算」をするんだよね。

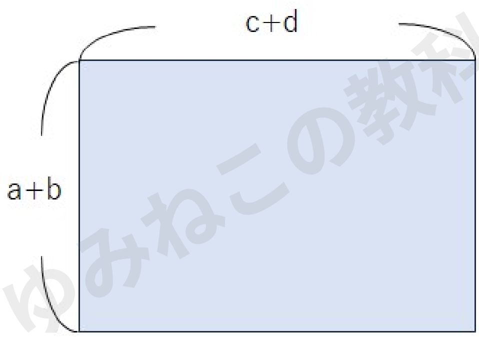
今から、「多項式と多項式のかけ算」の計算をするための考え方を２つ紹介するね。

(a+b)(c+d)を計算するための考え方 ①図を使う計算の考え方 ②式を使う計算の考え方

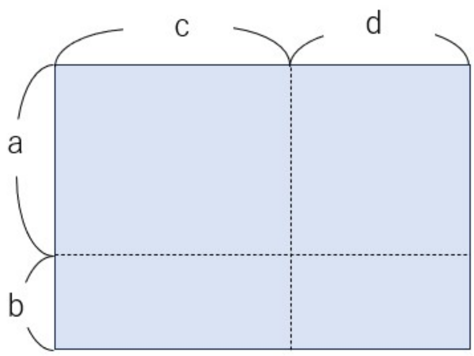
(a+b)(c+d)の計算するための考え方①

(a+b)(c+d)の計算を図で考えてみよう。

(a+b)×(c+d)っていうのは、たとえば縦が(a+b)、横が(c+d)の面積を求める計算として考えることができるよね。
なぜなら「長方形の面積」は、縦×横で求まるからね。



上の長方形の縦は(a+b)、横が(c+d)なので、縦を「a」と「b」に分けて、横も「c」と「d」に分ければ、下のように「4つの長方形」に分けることができるね。

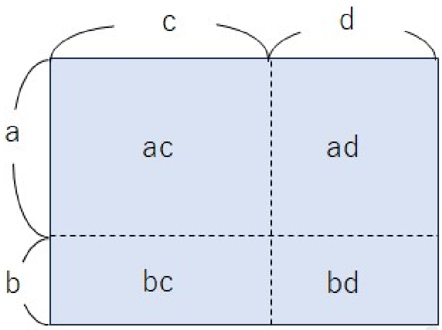


それでは、4つそれぞれの長方形の面積を順番に求めてみよう。

4つの長方形の面積

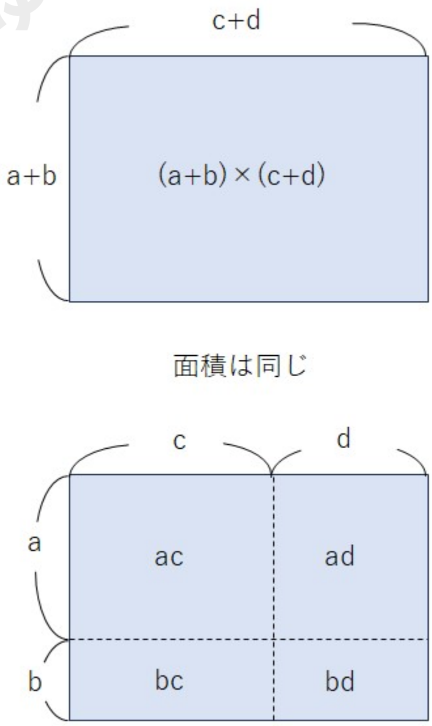
左上の長方形の面積：縦a、横cなので、面積はa×c=ac
右上の長方形の面積：縦a、横dなので、面積はa×d=ad
左下の長方形の面積：縦b、横cなので、面積はb×c=bc
右下の長方形の面積：縦b、横dなので、面積はb×d=bd

4つの長方形の面積を図に書くと次のようになるよ。



ということは、4つの長方形の面積の合計は「ac+ad+bc+bd」になるよね。

ここまでをまとめると次のようになるよ。



(a+b)×(c+d)とac+ad+bc+bdは同じ1つの長方形の面積を表しているから、
(a+b)(c+d)=ac+ad+bc+bd
と計算することができるよ。

この式はすごく大切な式だから覚えておこう。1年生でやった分配法則と同じように、次のように覚えるといいと思うよ。

$$(a+b)(c+d)$$

$$=ac+ad+bc+bd$$

順番にかけていくようなイメージだね。

(a+b)(c+d)の計算をするための考え方②

さっきは長方形の図で説明したけれど、「式で説明する」こともできるよ。

たとえば、(a+b)=Mと置いてみよう。
そうすると、

$(a+b)(c+d)$
$=M(c+d)$

Mと(c+d)の間には「×（かける）」が省略されているから、

$M(c+d)$
$=M\times(c+d)$
となるよね。

M×(c+d)は、1年生でやった分配法則を使うと次のようになるよ。

$M\times(c+d)$
$=Mc+Md$

ここで、Mを元に戻そう。←Mを(a+b)にかえる

Mc+Md
=(a+b)c+(a+b)d ←分配法則でかっこをはずす。

=ac+bc+ad+bd

(a+b)(c+d)を計算すると、ac+bc+ad+bdになることが式を使って説明できたね。

(a+b)(c+d)の計算を式を、使って計考える流れ

a+b=Mとおくと

M(c+d) ←分配法則でかっこをはずす。

=Mc+Md
=(a+b)c+(a+b)d ←分配法則でかっこをはずす。

=ac+bc+ad+bd

多項式×多項式「(a+b)(c+d)」の練習問題

(a+b)(c+d)=ac+ad+bc+bdになることをふまえて、練習問題に挑戦してみよう。それぞれでよくある間違いも紹介するよ。

(1) (a+3)(b+2)

$$(\underline{a}+\underline{3})(\underline{b}+\underline{2})$$

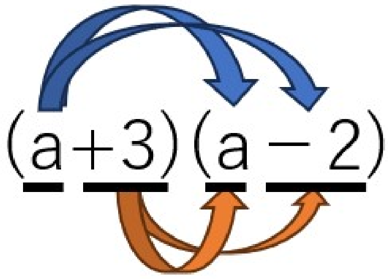
=a×b+a×2+3×b+3×2
=ab+2a+3b+6

よくある間違い

ab+2a+3b+6が計算できたあと、「2a+3b=5ab」みたいにしてしまう間違いがあるよ。
中学1年生の文字の計算で学習したように、「2a」と「3b」のように違う文字同士の足し算・引き算はできないよ。

※2a×3b=6abとなって、掛け算はできるからね。

(2)　$(a+3)(a-2)$



$=a\times a+a\times(-2)+3\times a+3\times(-2)$

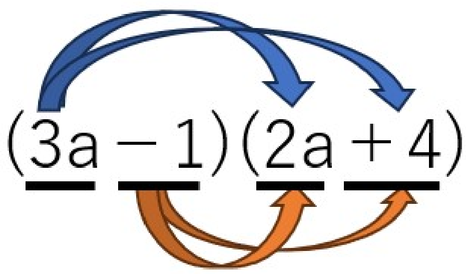
$=a^2-2a+3a-6$ ←$-2a+3a$が計算できるよ。
$=a^2+a-6$

よくある間違い

a^2+a-6の後、「a^2」と「a」を計算しようとする人がいるんだけど、「a^2」と「a」は足し算・引き算はできないよ。

※ちなみにかけ算はできるよ。
「a^2」×「a」は「a^3」になるよ。

(3)　$(3a-1)(2a+4)$



$=3a\times 2a+3a\times 4-1\times 2a-1\times 4$
$=6a^2+12a-2a-4$ ←$12a-2a$が計算できるよ。
$=6a^2+10a-4$

「展開する」とは？

中学3年生の数学では、「展開する」という言葉がこれからよくでてくるよ。

「展開する」とは、「多項式の積を1つの多項式で表すこと」。

簡単に言ってしまえば、分配法則なんかを使って、「かっこ（ ）を外す」ことだと思ってもらえればOKだよ。

そう、実は今回学習したた「(a+b)(c+d)の計算」も「展開する」問題だったんだよ。

一問だけ、どんな感じで問題が出されるかを紹介するね。

(a+3)(a−2)を展開しなさい。

さっきやった問題と同じで、

$(a+3)(a-2)$

$=a\times a+a\times(-2)+3\times a+3\times(-2)$
$=a^2-2a+3a-6$
$=a^2+a-6$

つまり、(a+3)(a−2)を展開すると、a^2+a-6になるよ。