

多項式の乗法「展開する」とは？ 多項式と多項式の乗法を解説

$(a+b)(c+d)$ を計算してみよう

今までの学習で、多項式と単項式の乗法（かけ算）はやってきたよね。
では、多項式と多項式の乗法はどうだろう。

たとえば、「 $(a+b)(c+d)$ 」の計算がどうなるかを考えてみるよ。

$(a+b)(c+d)$ という式では、（ ）と（ ）の間に「×（かける）」が省略されているよね。なので「 $(a+b) \times (c+d)$ 」というように「かけ算」をするんだよね。

今から、「多項式と多項式のかけ算」の計算をするための考え方を2つ紹介するね。

$(a+b)(c+d)$ を計算するための考え方

- ①図を使う計算の考え方
- ②式を使う計算の考え方

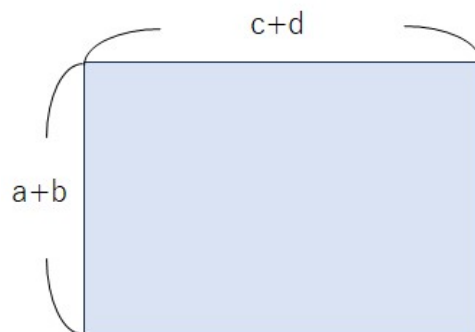


$(a+b)(c+d)$ の計算するための考え方①

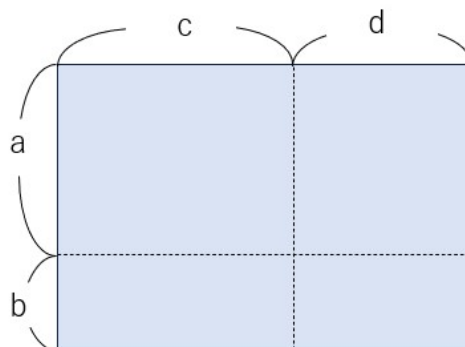
$(a+b)(c+d)$ の計算を図で考えてみよう。

$(a+b) \times (c+d)$ っていうのは、たとえば縦が $(a+b)$ 、横が $(c+d)$ の面積を求める計算として考えることができるよね。

なぜなら「長方形の面積」は、縦 \times 横で求まるからね。



上の長方形の縦は $(a+b)$ 、横が $(c+d)$ なので、縦を「 a 」と「 b 」に分けて、横も「 c 」と「 d 」に分ければ、下のように「4つの長方形」に分けることができるね。



それでは、4つそれぞれの長方形の面積を順番に求めてみよう。

4つの長方形の面積

左上の長方形の面積: 縦 a 、横 c なので、面積は $a \times c = ac$

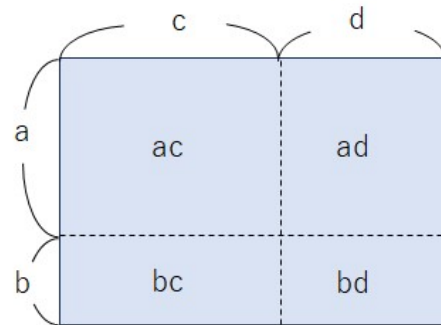
右上の長方形の面積: 縦 a 、横 d なので、面積は $a \times d = ad$

左下の長方形の面積: 縦 b 、横 c なので、面積は $b \times c = bc$

右下の長方形の面積: 縦 b 、横 d なので、面積は $b \times d = bd$

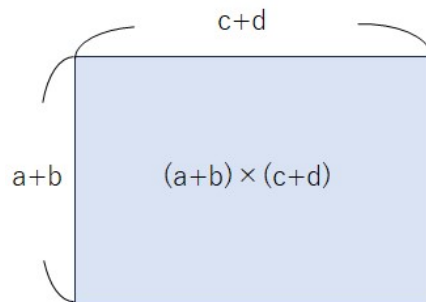


4つの長方形の面積を図に書くと次のようになるよ。

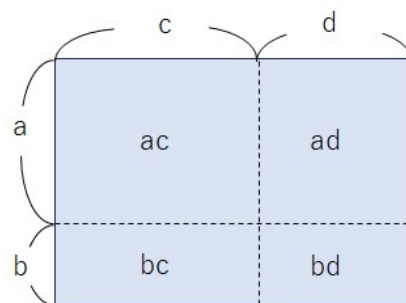


ということは、4つの長方形の面積の合計は「 $ac+ad+bc+bd$ 」になるよね。

ここまでをまとめると次のようになるよ。



面積は同じ



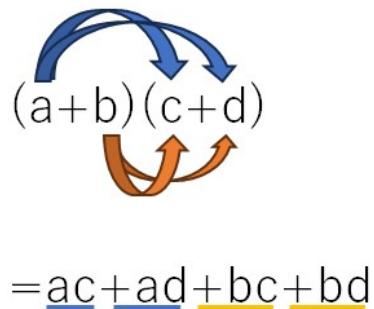
$(a+b) \times (c+d)$ と $ac+ad+bc+bd$ は同じ1つの長方形の面積を表しているから、

$$(a+b)(c+d)=ac+ad+bc+bd$$

と計算することができるよ。



この式はすごく大切な式だから覚えておこう。1年生でやった分配法則と同じように、次のように覚えるといいと思うよ。



The diagram shows the expression $(a+b)(c+d)$ with four arrows indicating the multiplication process. Two blue arrows originate from 'a' and 'b' in the first parentheses, pointing to 'c' and 'd' in the second parentheses. Two orange arrows originate from 'c' and 'd' in the second parentheses, pointing to 'a' and 'b' in the first parentheses. Below the expression, the result is shown as $=ac+ad+bc+bd$, with each term underlined in a different color: 'ac' is blue, 'ad' is orange, 'bc' is yellow, and 'bd' is red.

順番にかけていくようなイメージだね。

$(a+b)(c+d)$ の計算をするための考え方②

さっきは長方形の図で説明したけれど、「式で説明する」こともできるよ。

たとえば、 $(a+b)=M$ と置いてみよう。

そうすると、

$$\begin{aligned}(a+b)(c+d) \\ =M(c+d)\end{aligned}$$

Mと $(c+d)$ の間には「× (かける)」が省略されているから、

$$\begin{aligned}M(c+d) \\ =M \times (c+d) \\ \text{となるよね。}\end{aligned}$$

$M \times (c+d)$ は、1年生でやった分配法則を使うと次のようになるよ。

$$\begin{aligned}M \times (c+d) \\ =Mc+Md\end{aligned}$$



ここで、Mを元に戻そう。←Mを(a+b)にかえる

$$Mc+Md$$

$$=(a+b)c+(a+b)d \leftarrow \text{分配法則でかっこをはずす。}$$

$$=ac+bc+ad+bd$$

(a+b)(c+d)を計算すると、ac+bc+ad+bdになることが式を使って説明できたね。

(a+b)(c+d)の計算を式を、使って計考える流れ

$$a+b=Mとおくと$$

$$M(c+d) \leftarrow \text{分配法則でかっこをはずす。}$$

$$=Mc+Md$$

$$=(a+b)c+(a+b)d \leftarrow \text{分配法則でかっこをはずす。}$$

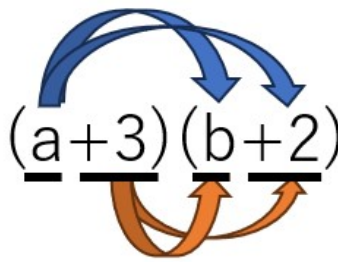
$$=ac+bc+ad+bd$$



多項式×多項式「 $(a+b)(c+d)$ 」の練習問題

$(a+b)(c+d)=ac+ad+bc+bd$ になることをふまえて、練習問題に挑戦してみよう。それぞれでよくある間違いも紹介するよ。

(1) $(a+3)(b+2)$



$$=a \times b + a \times 2 + 3 \times b + 3 \times 2$$

$$=ab + 2a + 3b + 6$$

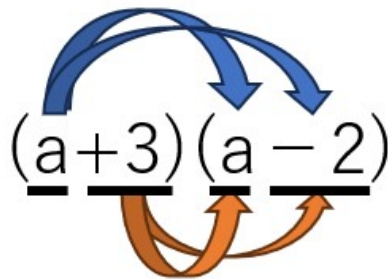
よくある間違い

$ab+2a+3b+6$ が計算できたあと、「 $2a+3b=5ab$ 」みたいにしてしまう間違いがあるよ。中学1年生の文字の計算で学習したように、「 $2a$ 」と「 $3b$ 」のように違う文字同士の足し算・引き算はできないよ。

※ $2a \times 3b=6ab$ となって、掛け算はできるからね。



(2) $(a+3)(a-2)$



$$=a \times a + a \times (-2) + 3 \times a + 3 \times (-2)$$

$$=a^2 - 2a + 3a - 6 \leftarrow -2a + 3a \text{ が計算できるよ。}$$

$$=a^2 + a - 6$$

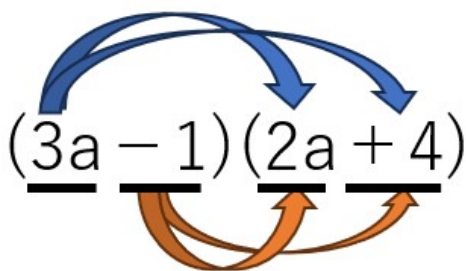
よくある間違い

$a^2 + a - 6$ の後、「 a^2 」と「 a 」を計算しようとする人がいるんだけど、「 a^2 」と「 a 」は足し算・引き算はできないよ。

※ちなみにかけ算はできるよ。

「 a^2 」×「 a 」は「 a^3 」になるよ。

(3) $(3a-1)(2a+4)$



$$=3a \times 2a + 3a \times 4 - 1 \times 2a - 1 \times 4$$

$$=6a^2 + 12a - 2a - 4 \leftarrow 12a - 2a \text{ が計算できるよ。}$$

$$=6a^2 + 10a - 4$$



「展開する」とは？

中学3年生の数学では、「展開する」という言葉がこれからよくでてくるよ。

「展開する」とは、「多項式の積を1つの多項式で表すこと」。

簡単に言ってしまうえば、分配法則なんかを使って、「かっこ()を外す」ことだと思ってもらえればOKだよ。

そう、実は今回学習した「 $(a+b)(c+d)$ の計算」も「展開する」問題だったんだよ。

一問だけ、どんな感じで問題が出されるかを紹介するね。

$(a+3)(a-2)$ を展開しなさい。

さっきやった問題と同じで、

$$(a+3)(a-2)$$

$$=a \times a + a \times (-2) + 3 \times a + 3 \times (-2)$$

$$=a^2 - 2a + 3a - 6$$

$$=a^2 + a - 6$$

つまり、 $(a+3)(a-2)$ を展開すると、 $a^2 + a - 6$ になるよ。

