平方根の計算「平方根の掛け算と割り算」を解説（有理化とは）

平方根の乗法のやり方

平方根の乗法（かけ算）のやり方は、普通のかけ算に「ルート」がついただけだと思えばＯＫだよ。
平方根の乗法は、ルートの中の数字をかけ合わせるだけなんだ。

たとえば、
$\sqrt{2}\times\sqrt{5}$
だったら、ルートの中の数字（２と５）をかけ合わせるだけなので、
$\sqrt{2\times 5}$
$=\sqrt{10}$
となるよ。

もう一問やってみよう。

$\sqrt{2}\times\sqrt{3}$
だったら
$\sqrt{2\times 3}$
$=\sqrt{6}$
となるね。

平方根の乗法のポイント

平方根の乗法は、ルートの中の数字をかけ合わせればよい
ａ、ｂが正の数のとき$\sqrt{a}\times\sqrt{b}=\sqrt{a\times b}=\sqrt{ab}$

なぜルートの中の数字をかけ合わせるだけでいいのか？

ただ「ルートの中の数字をかけ合わせるだけでよい」とはいっても、どうしてそうなるのか、理由を確かめてみよう。

$\sqrt{2}\times\sqrt{3}$を例として考えてみるよ。

①$\sqrt{2}\times\sqrt{3}$の計算を考えよう。

$\sqrt{2}\times\sqrt{3}$を２乗してみよう
$=(\sqrt{2}\times\sqrt{3})^2$
$=\sqrt{2}\times\sqrt{3}\times\sqrt{2}\times\sqrt{3}$

（$\sqrt{2}$と$\sqrt{3}$）の順番を入れ替えるよ。
$=\sqrt{2}\times\sqrt{2}\times\sqrt{3}\times\sqrt{3}$
$=(\sqrt{2})^2\times(\sqrt{3})^2$
$=2\times3$

つまり
$(\sqrt{2}\times\sqrt{3})^2=2\times3$
になるね。

②左辺と右辺の平方根を考えよう。

今求めた$(\sqrt{2}\times\sqrt{3})^2=2\times3$の、左辺と右辺の平方根を考えてみるよ。

平方根とは、「２乗する前の数」だったよね。

左辺$(\sqrt{2}\times\sqrt{3})^2$の平方根は$\sqrt{2}\times\sqrt{3}$
右辺の2×3の平方根は$\sqrt{2\times3}$だから、

$\sqrt{2}\times\sqrt{3}=\sqrt{2\times3}=\sqrt{6}$という式が成り立つね。

これで、平方根の乗法は、ルートの中の数字をかけ合わせたものと等しい、ということを確かめることができたね。

平方根の除法のやり方

平方根の除法（割り算）もさっきのかけ算と同じように、ルートの中の数字を割り算するだけだよ。

例えば
$\sqrt{10} \div \sqrt{2}$
だったら、
$\sqrt{10 \div 2}$
$=\sqrt{5}$
ルートの中で１０÷２をしているだけだね。

もう一問やってみよう。

$\sqrt{14} \div \sqrt{7}$
だったら、
$\sqrt{14 \div 7}$
$=\sqrt{2}$
最後にもう一問やってみよう。

$\sqrt{5} \div \sqrt{2}$
５÷２は割り切れないよね。そういうときは分数であらわそう。
割り算の場合、÷の後の数を分母にすればよいから
$\sqrt{5 \div 2}$
$=\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{2}}$

となるよ。

分母にも分子にもルートがあるときは、まとめて次のように表すことができるよ。

$\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{2}}$
$=\sqrt{\frac{5}{2}}$
まさに普通の割り算と同じようにできるね。

ちなみに、このように割り算で分母がルートになったとき、テストなどでは「有理化」して分母がルートにならないようにするのが安全だよ。

問題で特別指示がないのであれば、明確に「ダメ」というわけではないのだけれど、暗黙の了解（答えの分数は、約分していないとバツになる、などと同じ）で分母がルートの場合は、有理化することになっていて、そのままだと不正解や減点の対象になってしまう場合もあるんだ。

有理化については、このあとやり方を解説するので安心してね。

平方根の除法のポイント

平方根の除法（割り算）は、ルートの中の数字を割り算すればよい
ａ、ｂが正の数のとき
$\sqrt{a} \div \sqrt{b}$
$= \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$
$= \sqrt{\frac{a}{b}}$
※分母がルートになったときは、有理化すると安心。

平方根の変形のやり方

平方根は、変形することができるんだ。
今までも$\sqrt{4}$＝２と変形させたり、３＝$\sqrt{9}$に変形させたりしてきたよね。

今回学習する「平方根の変形」は、次の２つのパターンだよ。

平方根の変形の２パターン

・ａ$\sqrt{b}$を$\sqrt{c}$にする
・$\sqrt{c}$をａ$\sqrt{b}$にする

それでは順番に紹介していくね。

$a\sqrt{b}$を$\sqrt{c}$にする

例えば、$2\sqrt{3}$を$\sqrt{c}$の形に変形してみるよ。

$2\sqrt{3}$とは、２×$\sqrt{3}$のことだよね。
２＝$\sqrt{4}$だから、

$2\sqrt{3}$
＝２×$\sqrt{3}$
＝$\sqrt{4}\times\sqrt{3}$　　←ルートのかけ算をしよう。
＝$\sqrt{4\times3}$
＝$\sqrt{12}$
$2\sqrt{3}$＝$\sqrt{12}$になることがわかったね。

今度は、３$\sqrt{2}$を$\sqrt{c}$の形に変形してみよう。

３$\sqrt{2}$とは、３×$\sqrt{2}$のことだね。
３＝$\sqrt{9}$だから、

３$\sqrt{2}$
＝３×$\sqrt{2}$
＝$\sqrt{9}\times\sqrt{2}$　　←ルートのかけ算をしよう。
＝$\sqrt{9\times2}$
＝$\sqrt{18}$
３$\sqrt{2}$＝$\sqrt{18}$になることがわかったね。

$a\sqrt{b}$を$\sqrt{c}$に変形するポイント

aを２乗してあげれば、ルートの中に入れることができるので、ルートの中の数字とかけ算してあげればよい。
（例）
４$\sqrt{2}$＝$\sqrt{4\times4\times2}$＝$\sqrt{32}$
４を２乗してルートの中に入れているよ。
$\sqrt{53}$＝$\sqrt{5\times5\times3}$＝$\sqrt{75}$
５を２乗してルートの中に入れているよ。

$\sqrt{c}$を a$\sqrt{b}$に変形する

こんどは逆の変形をさせるよ。

$\sqrt{25}$＝５のような変形はやってきたよね。
どういうときにルートの中から数字が出ていくかというと、ルートの中で同じ数字が２つかけ合わされているときだよね。

$\sqrt{25}$だったら
$\sqrt{5\times5}$になるよね。

$\sqrt{5\times5}$
＝$\sqrt{5}\times\sqrt{5}$だからルートの外に５が出ていくよ。

同じように考えてみよう。

$\sqrt{12}$を a$\sqrt{b}$に変形してみよう。

さっきの例のように、２５は５の２乗だということはすぐに思いつくかもしれないけれど、１２となると、パッとは思いつかないかもしれないね。

そんなときは、素因数分解をするといいんだ。

１２を素因数分解すると、２×２×３となるよね。
つまり、「２」が２回かけ合わされていることがわかるね。
だから、「２」をルートの外に出すことができるんだ。

ということは
$\sqrt{12}$
＝$\sqrt{2\times2\times3}$
＝$\sqrt{2}\times\sqrt{2}\times\sqrt{3}$　　←$\sqrt{2}\times\sqrt{2}$＝２
＝２×$\sqrt{3}$
＝２$\sqrt{3}$
と表すことができるね。

$\sqrt{18}$をａ$\sqrt{b}$に変形してみよう。

１８を素因数分解すると２×３×３になるね。
つまり、「３」が２回かけ合わされているから、「３」をルートの外に出すことができるね。

ということは
$\sqrt{18}$
＝$\sqrt{2\times3\times3}$
＝$\sqrt{2}\times\sqrt{3}\times\sqrt{3}$　←$\sqrt{3}\times\sqrt{3}$＝３＝$\sqrt{2}\times$３
＝３$\sqrt{2}$
と表すことができるね。

$\sqrt{24}$をａ$\sqrt{b}$に変形してみよう。

２４を素因数分解すると２×２×２×３だよね。

ということは
$\sqrt{24}$
＝$\sqrt{2\times2\times2\times3}$
＝$\sqrt{2}\times\sqrt{2}\times\sqrt{2}\times\sqrt{3}$
$\sqrt{2}\times\sqrt{2}$＝２だから
＝２×$\sqrt{2}\times\sqrt{3}$
＝２$\sqrt{6}$
と表すことができるね。

２×２×２×３は２×２が１セットあるから、ルートの外に出て、残った２×３はルートの中のままになるよ。

$\sqrt{c}$をａ$\sqrt{b}$に変形するポイント

ルートの中で同じ数字が２回かけ合わされているとき、ルートの外に出すことができる。
同じ数字が２回かけ合わされているかどうかを見つけるには、素因数分解すればよい。
（例）
$\sqrt{4\times4\times2}$＝４$\sqrt{2}$
$\sqrt{5\times5\times3}$＝５$\sqrt{3}$
$\sqrt{3\times3\times3\times5}$＝３$\sqrt{15}$

$\sqrt{c}$をａ$\sqrt{b}$の形にする変形はテストでもすごくよく使うんだ。
だから、速く変形するコツを紹介するね。

$\sqrt{c}$をａ$\sqrt{b}$に速く変形する方法

ルートの中の数字を、次のどれかに変形できるかどうかに注目してみよう。

４×〇
９×〇
１６×〇
２５×〇
３６×〇

例えば、$\sqrt{32}$を考えよう。
$\sqrt{32}$のルートの中にある「３２」は「１６×２」で表せるよね。
$\sqrt{32}$
＝$\sqrt{16\times2}$
「１６」は「４×４」なので、ルートが外れて
$\sqrt{32}$＝４$\sqrt{2}$と変形できるよ。

平方根を変形して近似値を求めよう

平方根の近似値は以前学習したよね。

・$\sqrt{2}$＝1.4142156
覚え方：一夜一夜に人見頃
ひと（１）よ（４）　ひと（１）よ（４）に（２）　ひと（１）み（３）ご（５）ろ（６）
・$\sqrt{3}$=1.7320508
覚え方：人並みに奢れや
ひと（１）な（７）み（３）に（２）　お（０）ご（５）れ（０）や（８）
・$\sqrt{5}$=2.2360679
覚え方：富士山麓オウム鳴く
ふ（２）じ（２）さん（３）ろく（６）　お（０）ーむ（６）な（７）く（９）

このように、ルートの中の数字が「２」「３」「５」の場合の近似値を求めることはできるよね。

ルートの中の数が大きくても、平方根を変形して「２」「３」「５」を作り出すことができれば、近似値を求めることができるんだよ。

$\sqrt{12}$の近似値を考えてみよう。
$\sqrt{12}$をａ$\sqrt{b}$の形にすると、
$\sqrt{12}$
$=\sqrt{2\times2\times3}$
$=2\sqrt{3}$
になるよね。

$2\sqrt{3}$とは、$2\times\sqrt{3}$のことだから、$\sqrt{3}$の近似値を代入することができるよ。

そうすると
$2\times\sqrt{3}$
$=2\times1.7320508$
$=3.4641016$

$\sqrt{12}$の近似値を求めることができたね。

$\sqrt{27}$の近似値を考えてみよう。

$\sqrt{27}$をａ$\sqrt{b}$の形にすると、
$\sqrt{27}$
$=\sqrt{3\times3\times3}$
$=3\sqrt{3}$
になるよね。

$3\sqrt{3}$とは$3\times\sqrt{3}$のことだから、$\sqrt{3}$の近似値を代入することができるよ。
そうすると
$3\times\sqrt{3}$
$=3\times1.7320508$
$=5.1961524$

$\sqrt{27}$の近似値を求めることができたね。

有理化とは

有理化とは、分母にルートを含む数を、分母にルートを含まない形にすることだよ。

平方根の暗黙のルールとして、テストで答えるときに分母にルートがついていると減点されたり、不正解になる場合もあるんだ。
だから、有理化して分母のルートをなくす作業が必要なんだよ。

$\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$を有理化してみよう。

このままだと、分母にルートがあるよね。
分母のルートを消すためには、分母と同じ数のルートを、分母と分子にかけたらいいよ。

今回だったら分母と分子に$\sqrt{2}$をかけてみよう。

$\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$
$=\frac{\sqrt{3}\times\sqrt{2}}{\sqrt{2}\times\sqrt{2}}$　　←$\sqrt{2}\times\sqrt{2}=2$
$=\frac{\sqrt{6}}{2}$

分母のルートがなくなったことがわかるね。これが有理化だよ。
ほとんどの場合、分母のルートと同じ数をかければOKだよ。

よくある有理化の間違い

$\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$で$\sqrt{2}$を分子にかけ忘れる。

$\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$
$=\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}\times\sqrt{2}}$
$=\frac{\sqrt{3}}{2}$

「平方根の乗法と除法」まとめ

・平方根の乗法のポイント

平方根の乗法は、ルートの中の数字をかけ合わせればよい
ａ、ｂが正の数のとき、$\sqrt{a}\times\sqrt{b}=\sqrt{a\times b}=\sqrt{ab}$

・平方根の除法のポイント

平方根の除法（割り算）は、ルートの中の数字を割り算すればよい
ａ、ｂが正の数のとき
$\sqrt{a}\div\sqrt{b}$
$=\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$
$=\sqrt{\frac{a}{b}}$

・平方根の変形の２パターン

ａ$\sqrt{b}$を$\sqrt{c}$にする
$\sqrt{c}$をａ$\sqrt{b}$にする

・ａ$\sqrt{b}$を$\sqrt{c}$に変形するポイント

ａを２乗してあげれば、ルートの中に入れることができるので、ルートの中の数字とかけ算してあげればよい。
（例）
$4\sqrt{2}=\sqrt{4\times 4\times 2}=\sqrt{32}$
４を２乗してルートの中に入れているよ。
$5\sqrt{3}=\sqrt{5\times 5\times 3}=\sqrt{75}$
５を２乗してルートの中に入れているよ。

・$\sqrt{c}$をａ$\sqrt{b}$に速く変形する方法

ルートの中の数字を、次のどれかに変形できるかどうかに注目してみよう。
４×〇
９×〇
１６×〇
２５×〇
３６×〇

・ルートの中の数が大きい場合に近似値を求める方法

ルートを変形させて、「２」「３」「５」を作り出し、それぞれの近似値を代入して求める。

・分母にルートがある場合に、有理化する方法

分母のルートと同じ数を、分母と分子それぞれにかける。