「おうぎ形の弧の長さと面積（平面図形）」をわかりやすく解説

おうぎ形の弧の長さと面積つまずきポイント

つまずきポイント

- 公式が複雑で、見ただけで挫折してしまう
- 公式が「どうしてそうなるのか」分からない
- 「おうぎ形」というだけで苦手意識がある

おうぎ形の弧の長さと面積を身近な話に変えてみよう！

じゃあ、「おうぎ形」とか「弧」とかは一旦忘れて、
身近な話で考えてみよう。

> 考えてみよう
>
> 太郎くんのクラスは、全部で４０人の生徒がいるよ。
> でも、インフルエンザでみんなお休みになって、２分の１の生徒だけが残ったんだ。
> さて、何人の生徒が残っている？

４０人の半分の、２０人でしょ。
計算で表すと、
$40 \times \frac{1}{2} = 20$
ということだね。
もちろん、これが２分の１でなくて、４分の１でも同じ考え方でいいよね。
これって、「円」と「おうぎ形」でも同じことなんだよ。
「全部で」というのが「円」のこと。
「残った生徒」が「おうぎ形」のことで考えてみて。

「円」＝「全部」

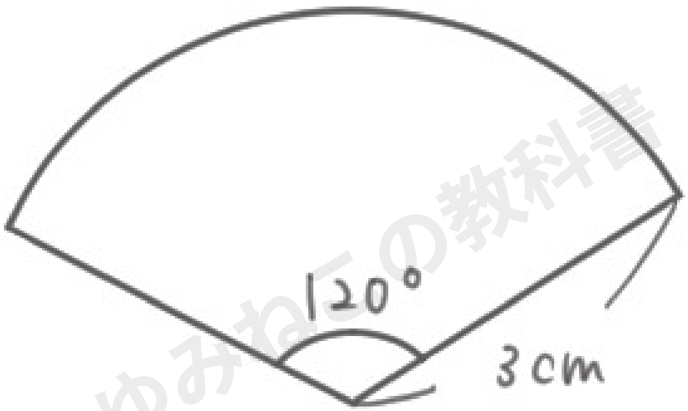
円というのは、「パーフェクトな状態」のことだよね。
ホールケーキとかピザで例えるなら、「食べる前」の状態。
つまり、全部揃った状態。満タン状態。
さっきのクラスの例えで言うと、「クラス全員の人数」。

「おうぎ形」＝「残ったもの」

おうぎ形というのは、パーフェクトだった円が欠けた状態。
※イメージしやすいように、このページでは　おうぎ形のことを「残った部分」という表現をするよ。
ケーキやピザでいうなら、何切れか食べられてしまった状態。
さっきの例えなら、「インフルエンザで何人かがお休みして、残った生徒」のことだね。
この、
「残ったもの」が実際どのくらいの量とか数があるのかは、「もとのパーフェクトな状態とくらべてどのくらいの割合残っているのか」 でもとめられるよね。
クラスで考えた時のように、「もとの生徒の数」とくらべて「半分」残ったから、「残った生徒の数」は
４０（全部）×$\frac{1}{2}$（どのくらい残ったか）＝２０（残った生徒の数）
になるんだよね。
おうぎ形も、
「円（全部）の時の円周」×「残った割合」＝「おうぎ形（残った部分）」の円周」
というように求めることができるんだ。
説明だけだとピンとこないので、例題を解きながら説明していくよ。

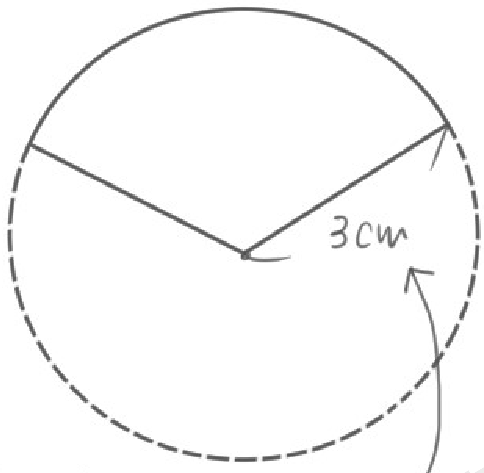
おうぎ形の弧の長さと面積を例題で考えてみよう

例題
次のおうぎ形の弧の長さと面積を求めなさい。



まずはもとの円（全部）の弧の長さと面積を求める。

クラスの生徒の例えだと、
「クラスの生徒は全部で40人」とあらかじめ分かっていたよね。
でも、このおうぎ形の「もともとの円の円周や面積はいくつなのか？」は
あらかじめ分かっていないね。
だから、まずは「もともとの円の弧の長さや面積はいくつなのか？」を求める必要があるんだ。
ここで手がかりになるのが、おうぎ形にある「3㎝」という数字。
これって、実はもとの円の半径の部分なんだよね。



ということは、この半径を使えばもとの円の円周も面積も求めることができるね。
円周の求め方は　「直径（半径×2）×π」なので、

3×2×π＝6πcm

つまり、もとの円だった時の円周は6πだね。
円の面積の求め方は　「半径×半径×π」なので、

3×3×π＝9π㎠

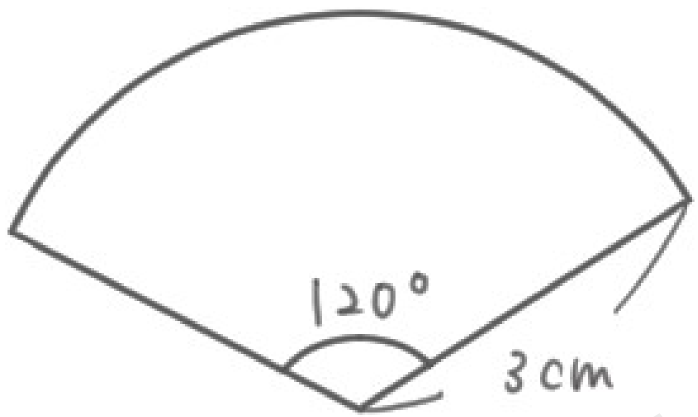
ということになるね。
じゃあ、おうぎ形が、この円の半分だったとしたら？
円周も、面積も、もちろん半分になるよね。
だから円周なら6π㎝の半分の「3π㎝」になるし、
面積は「9π㎠の半分の「$\frac{9}{2}$π㎠」になるね。
4分の1だったら？
3分の2だったら？

とにかく、
もとの円の円周や面積を求めれば、
もとの円と比べておうぎ形がどのくらい残っているかによって、
おうぎ形の面積や円周も求めることができるんだね。
でも、おうぎ形が「もとの円」のどのくらい残っているのかは、どうやって分かるの？
それが分かるのがおうぎ形の「中心角」なんだ。

中心角を見れば「おうぎ形がもとの円に対してどのくらい残っているか」が分かる！

おうぎ形が、もとの円にたいしてどのくらい残っているかの割合を求めるには、
円の中心核 360 度に対して、おうぎ形の中心角がどのくらいあるのかで求められるんだ。
例えば、ちょうど半分のおうぎ形の中心角は 180 度。
180 度は、360 度に対してどのくらいあるかの割合を求めると、
$180 \div 360$
$= \frac{180}{360}$
$= \frac{1}{2}$
90度の場合なら、
$90 \div 360$
$= \frac{90}{360}$
$= \frac{1}{4}$

こうやって、「おうぎ形の中心角」÷360をすれば、おうぎ形がどのくらい残っているのかの割合が求められるんだよ。



例題のおうぎ形の中心角は、120 度だね。
そうすると、
$120 \div 360$
$= \frac{120}{360}$
$= \frac{1}{3}$

このおうぎ形は、もとの円に対して$\frac{1}{3}$残っているということだね。

求めた割合を、円周や面積にかける

そうしたら、あとは「もとの円だったときの円周や面積」に、求めた割合をかけてあげれば、おうぎ形の弧の長さや面積が求められるということだね。
もう一度、ひとつひとつ手順を表すと

１.もとの円の円周や面積をもとめる
２.おうぎ形が、もとの円に対して「どのくらい残っているか」をもとめる
３.１に２をかける

例題で考えると、

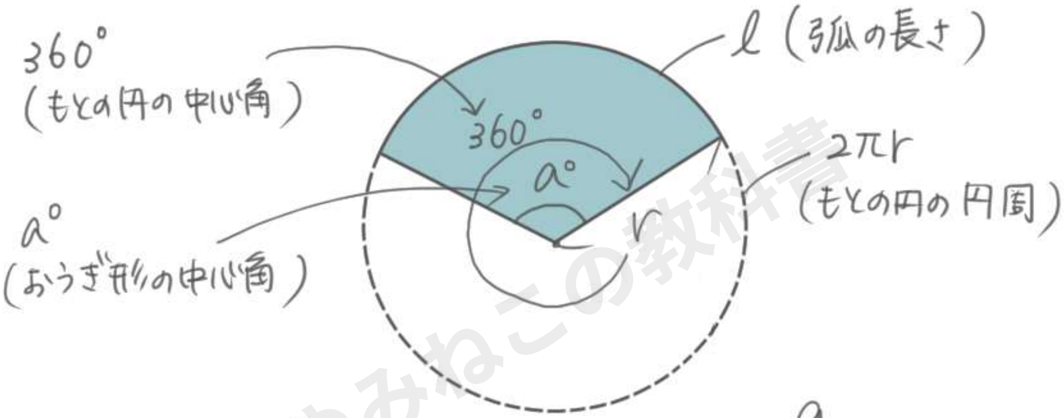
１.もとの円の円周は６π
２.おうぎ形は、もとの円に対して$\frac{1}{3}$残っている。
３.１に２をかけると、６$\pi \times \frac{1}{3} = 2\pi$

というわけで、弧の長さは２π㎝だね。
同じように、おうぎ形の面積を求めると、３π㎠になるよ。
この作業をいっぺんに表したのが教科書の公式なんだよ。

弧の長さの公式：$l = 2\pi r \times \frac{\alpha}{360}$

弧の長さの公式の意味

公式：$l = 2\pi r \times \frac{a}{360}$



$$l = 2\pi r \times \frac{a}{360}$$

弧の長さは、もとの円の円周に、「もとの円に対して おうぎ形が どの位残っているか」の割合をかけて 求めることが出来る!!

おうぎ形の面積の公式：$s = \pi r2 \times \frac{\alpha}{360}$