

二等辺三角形の性質と定理

「定義・定理」とは？わかりやすく解説

「定義」とは

数学には色々な用語があるけれど、新しい用語で「定義(ていぎ)」とはどういう意味の用語かを紹介するね。

教科書では、

定義とは、ことばの意味をはっきり述べたもの

と書かれているんだけど、なんとなくピンとこないね。

たとえば、身近なことだとすると、「雨」ということばがあるよね。

雨の定義は、「広範囲にわたって空から降ってくる水滴」となるんだ。

辞書で、言葉の下にある「その言葉はどんな意味かを説明しているもの」のイメージかな。

数学で「定義」と使う時は、「数学で使われている用語の意味を表すもの」と覚えておこう。

これまでにでてきた数学の用語の定義を少し紹介するね。

用語	定義
偶数	2で割り切れる整数
奇数	2で割り切れない整数
対頂角	2つの直線によって角が作られるとき、向かい合っている角のこと

証明の単元では色々な図形が出てくるけれど、それぞれの図形の定義(その図形は、どういう図形か)を確認していくから楽しみにしててね。



二等辺三角形の性質

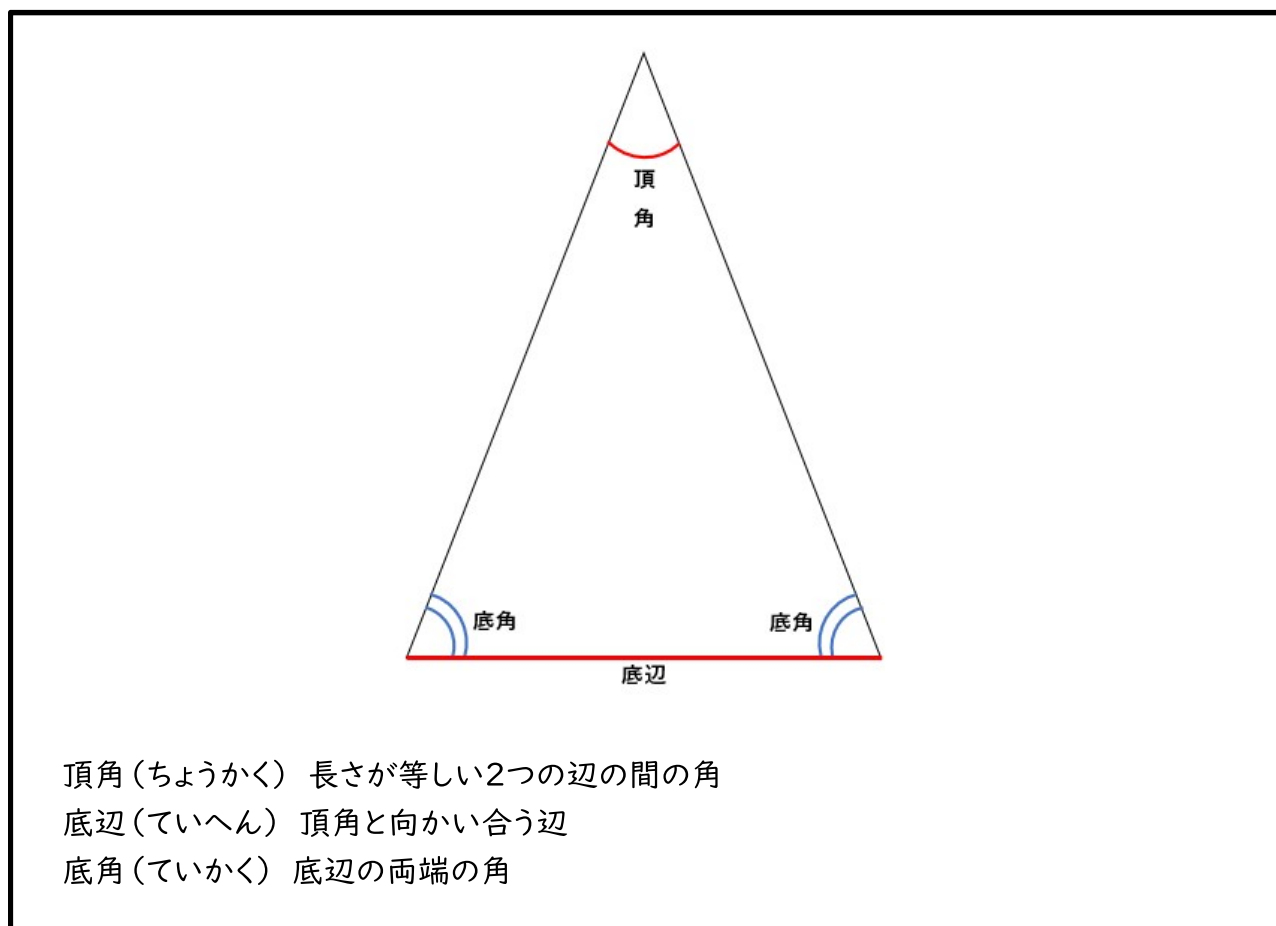
ここからは二等辺三角形について勉強していくよ。

まずは、二等辺三角形について、上で紹介した「定義」を確認しよう!

二等辺三角形の定義 2つの辺が等しい三角形

漢字で書いたままの定義「二つの等しい辺の三角形」だね。

次に、二等辺三角形の辺の名前や角の名前についても確認するよ。



小学生で二等辺三角形について勉強した時に、「2つの辺が等しい」以外に非常に大切な性質を勉強したことを覚えているかな?

それは、「2つの角が等しい」という性質だよ。



この性質は、角度の計算問題だけではなく、証明問題でも非常によく使うから忘れずに覚えておこう!

「定理」とは

次は「定義」に似た用語で「定理(ていり)」について確認するね。

定理とは証明されたことがらで、大切なもの

言葉の説明だけを見ると、わかるようなわからないような・・・
ひと言でいうとこれは「性質」のことなんだ。

これまで登場した定理では、

三角形の定理 三角形の内角の和は 180°

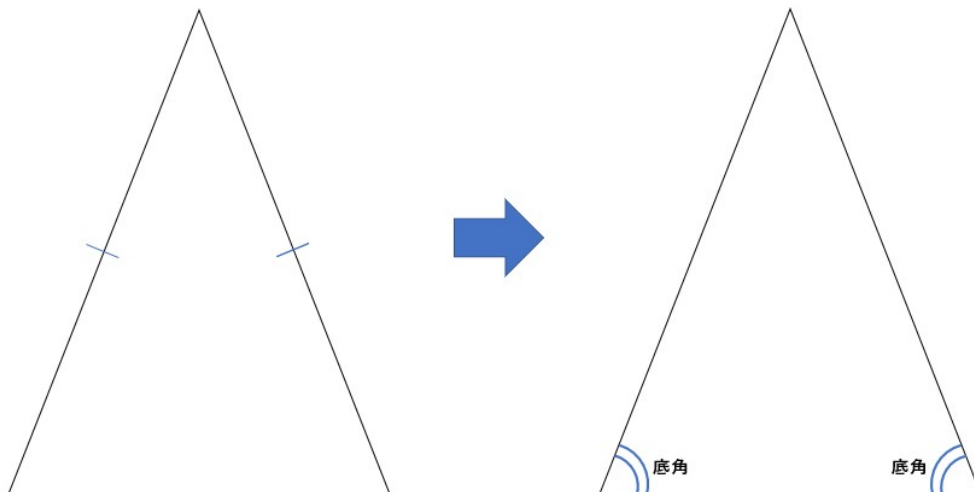
これも定理の1つなんだ。

ちなみに、「定理」については、「定義」を使って証明することができるよ。では早速、二等辺三角形の定理について確認していこう。

二等辺三角形の底角の定理

二等辺三角形には2つの定理があるんだけど、1つ目は底角に関する定理について説明するよ。

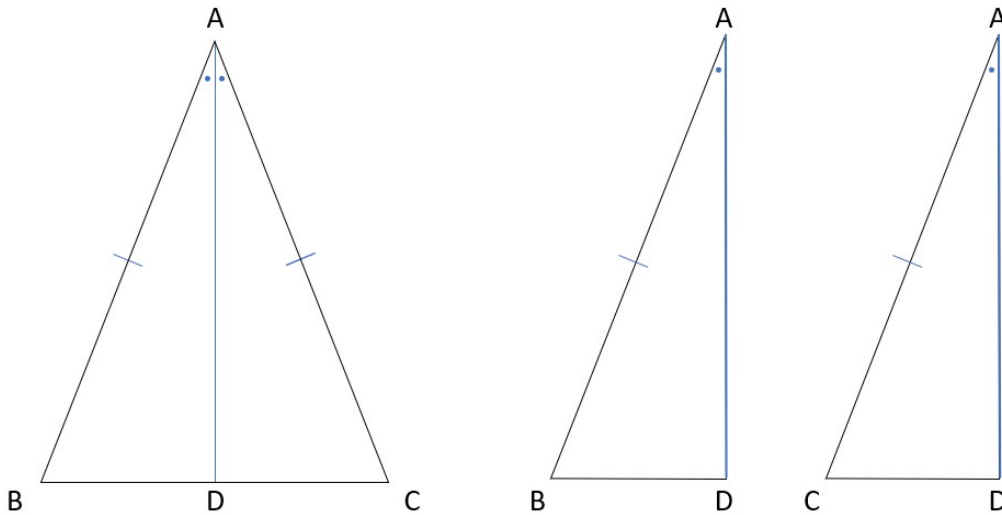
二等辺三角形の定理① 二等辺三角形の底角は等しい



この定理について、二等辺三角形の定義「2つの辺が等しい三角形」を使って証明してみよう。

例題

下の図の $\triangle ABC$ が $AB=AC$ の二等辺三角形、辺 AD が $\angle ABC$ の二等分線ならば $\angle ABD=\angle ACD$ となることを証明しなさい。



証明に必要な $\triangle ABD$ と $\triangle ACD$ の図もかいたから、対応する辺や角の対応順を考える時の参考にしてね。

①仮定と結論を問題文から見つけよう。

仮定 $\triangle ABC$ が $AB=AC$ の二等辺三角形、辺 AD は $\angle ABC$ の二等分線

結論 $\angle ABD=\angle ACD$

②仮定からわかることを書こう。

$AB=AC$

辺 AD が $\angle ABC$ の二等分線だから、 $\angle BAC=\angle CAD$

③すでに正しいと認められていることがらを図形を見て探そう

上の図を見ると、 AD がどちらの図形にも重なっているから、 $AD=AD$

※ちなみに、ぴったり重なっている辺や角を「●●は共通」と表現するから覚えておこう！（共通な辺・角は等しいので、と書く場合もあるから、学校で習ったルールで書くようにしよう。）



④三角形の合同条件のどれに当てはまるかを考えよう。

①～③から、「2組の辺とその間の角がそれぞれ等しい」という合同条件に当てはまる
ことがわかるね。

⑤結論が証明されたことを書こう。

今回の問題の結論は、 $\angle ABD = \angle ACD$ ということがいえれば OK だから、
「合同な図形の対応する角が等しいので $\angle ABD = \angle ACD$ 」
と証明の時に書こう。

証明

$\triangle ABD$ と $\triangle ACD$ において

仮定から、 $AB = AC$. . . ①

辺 AD が $\angle BAC$ の二等分線だから、 $\angle BAD = \angle CAD$. . . ②

AD は共通 . . . ③

①、②、③より、2組の辺とその間の角がそれぞれ等しいから、

$\triangle ABD \cong \triangle ACD$

合同な図形の対応する角は等しいから

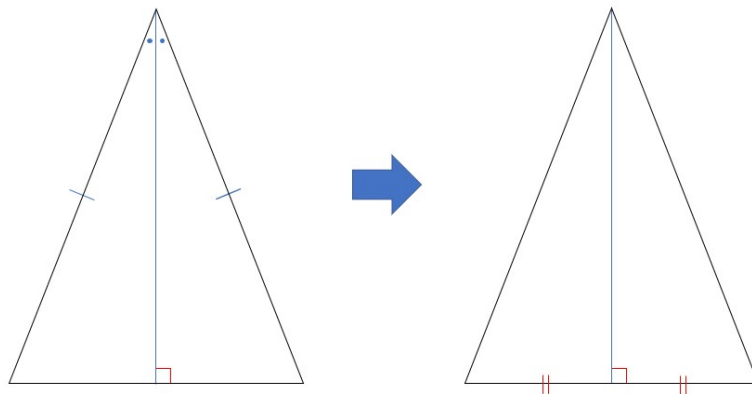
$\angle ABD = \angle ACD$

これで定理の1つ目の二等辺三角形の底角は等しいことが証明できたよ。
もう1つの定理も同じように証明して確認しよう。

二等辺三角形の頂角の二等分線の定理

二等辺三角形の2つ目の定理は、頂角の二等分線に関する定理だよ。

二等辺三角形の定理② 二等辺三角形の頂角の二等分線は、底辺を垂直に2等分する。



この定理についても上と同じように証明をしていくんだけど、二等辺三角形の底角が等しいことを証明した流れの $\triangle ABD \equiv \triangle ACD$ まで全く同じなんだ。
だから、そこまでは省略して証明をするね。

証明

$\triangle ABD \equiv \triangle ACD$ より

合同な図形の対応する辺は等しいから、 $BD = CD$

また、合同な図形の対応する角は等しいから、 $\angle ADB = \angle ADC$

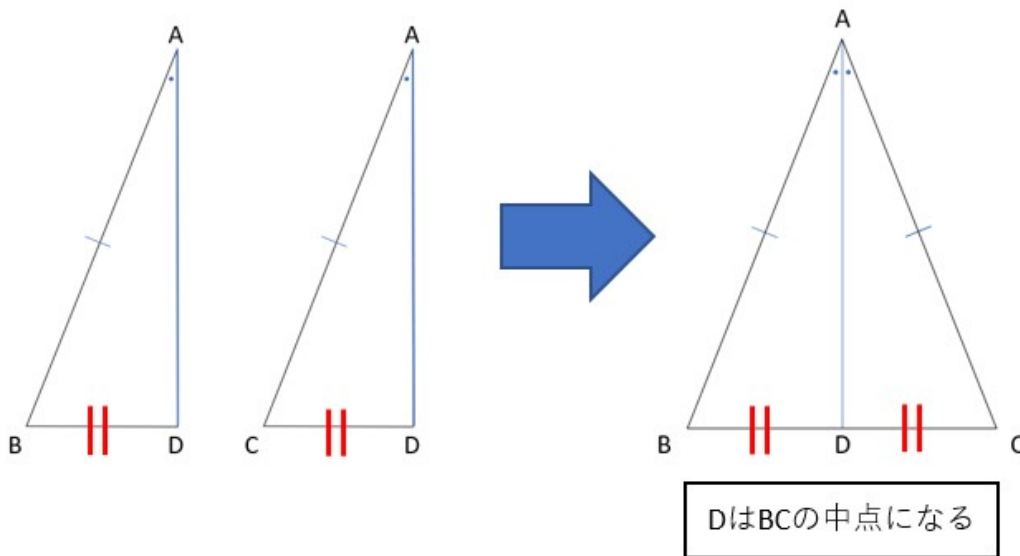
$\angle ADB + \angle ADC = 180^\circ$ なので

$\angle ADB = \angle ADC = 90^\circ$

よって、 $AD \perp BC$ となる。

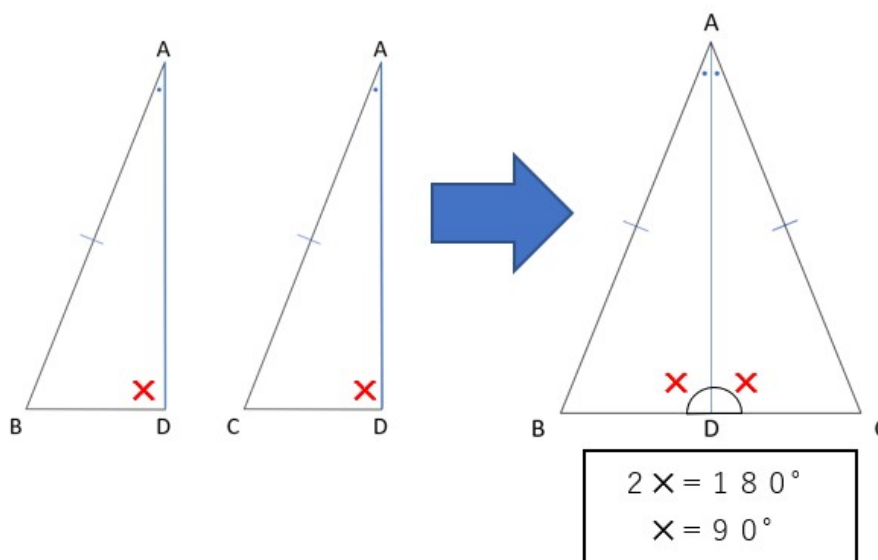
この証明で二等辺三角形の頂角の二等分線は、底辺を垂直に2等分することが証明されたけれども、もう少し詳しく説明するね。

上の証明で $BD = CD$ ということを書いたけれども、これは下の図のように「DがBCの中点」になることを表しているよ。



次に $\angle ADB = \angle ADC = 90^\circ$ になるのは、一直線は 180° という性質を使っているよ。





ちなみに「定義」「定理」は、証明の中で「すでに正しいと認められていることがら」として使うことができるから、しっかりと覚えておこう！

二等辺三角形の性質（定義・定理とは）まとめ

- ・ 定義とは、ことばの意味をはっきり述べたもの
例：「二等辺三角形」ということばの定義は「二つの辺が等しい三角形」
- ・ 定理とは証明されたことがらで、大切なもの
例：「三角形の内角の和は 180° 」は、三角形の定理
- ・ 二等辺三角形の定理①
二等辺三角形の底角は等しい
- ・ 二等辺三角形の定理②
二等辺三角形の頂角の二等分線は、底辺を垂直に2等分する。

