

「反比例のグラフ」の書き方を わかりやすく解説（双曲線とは）

表から反比例のグラフを書いてみよう

表から反比例のグラフを書くときに一番大切なことは座標を理解できているかだから、わからなかったらグラフの座標について説明しているページにもどって復習をしよう。

比例でも座標が大事だったけど、反比例でも大事なんだよ。

次の表は x と y が反比例の関係であることを表しているよ。

だって x が 2 倍、3 倍になると、 y は $\frac{1}{2}$ 倍、 $\frac{1}{3}$ 倍になっているからね。

x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
y	-1	$-\frac{4}{3}$	-2	-4	×	4	2	$\frac{4}{3}$	1

では、この表から反比例のグラフを書いてみよう。

表からグラフを書くときは、表を「縦のかたまり」で見えていくよ。

たとえば、「 x が 1 のとき、 y は 4」になっているね。

x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
y	-1	$-\frac{4}{3}$	-2	-4	×	4	2	$\frac{4}{3}$	1

ということは、この反比例をグラフにすると、 x が 1 のとき、 y は 4 の場所に点がくるということなんだ。

座標（住所）で表すと、 $(1, 4)$ になるね。

こうやって、表にある x と y の数字を、縦のかたまりごとに全部座標で表してみるよ。



$$x = 1 \text{ のとき、 } y = 4$$

→座標で表したら (1, 4)

$$x = 2 \text{ のとき、 } y = 2$$

→座標で表したら (2, 2)

$$x = 3 \text{ のとき、 } y = \frac{4}{3}$$

→座標で表したら $(3, \frac{4}{3})$

$$x = 4 \text{ のとき、 } y = 1$$

→座標で表したら (4, 1)

$$x = -1 \text{ のとき、 } y = -4$$

→座標で表したら (-1, -4)

$$x = -2 \text{ のとき、 } y = -2$$

→座標で表したら (-2, -2)

$$x = -3 \text{ のとき、 } y = -\frac{4}{3}$$

→座標で表したら $(-3, -\frac{4}{3})$

$$x = -4 \text{ のとき、 } y = -1$$

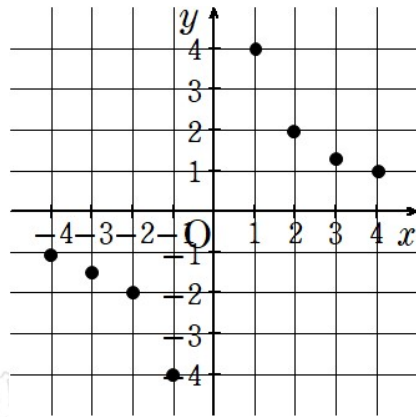
→座標で表したら (-4, -1)

このことからグラフは次の点を通ることがわかるね。

(1, 4) (2, 2) $(3, \frac{4}{3})$ (4, 1) (-1, -4) (-2, -2) $(-3, -\frac{4}{3})$ (-4, -8)

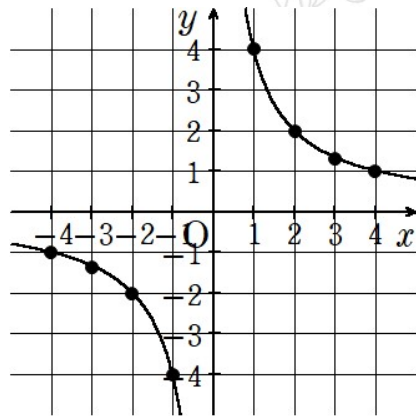
これらの点をグラフ上にとってみると次のようになるよ。ちなみに $(3, \frac{4}{3})$ はおよその場所に点をとったよ。



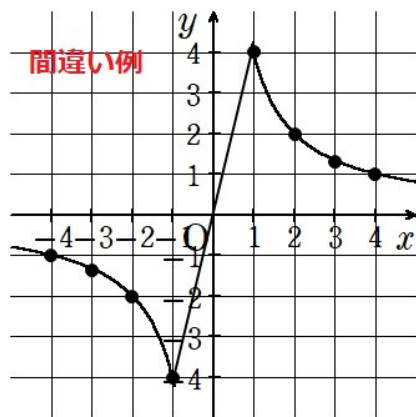


点をとったら線を結べばいいんだけど、どうやって結ぶかという、反比例のグラフは曲がった線（曲線）になるよ。だから定規を使って書くのはダメなんだ！

反比例のグラフの特徴は、2つの「曲線」になるんだ。2つの曲線は原点に対して点対称になっているね。そして比例とは違って、「原点」は通らないんだよ。



よくある間違いはこんな感じで、y軸の右側の点と左側の点を結んでしまうこと。反比例のグラフはx軸やy軸をまたがないと覚えておこう。



表から反比例のグラフを書く手順

- ・表を縦にみて、 x と y の値を読み取る。
例： $x = 1$ のとき $y = 4$
- ・読み取った x と y の値をもとに座標に点を書きこむ。
例： $(1, 4)$ に点を書きこむ
- ・書きこんだ点を曲線で結ぶ。

※ y 軸の右側の点、左側の点でそれぞれ結ぶ

反比例の表で0の下が×（ばつ）の理由

反比例のグラフが x 軸や y 軸をまたがないことにも関係しているんだけど、反比例の表では、 $x = 0$ のときの y の値は計算ができないから「×（ばつ）」になっているよ。

反比例って $y = \frac{a}{x}$ っていう形だったよね。 $x = 0$ だったら、 $y = \frac{a}{0} = a \div 0$ になって計算ができないよ。だから「×」を書くんだ！

$a \div 0$ が計算できない理由

$a \div 0$ って計算できないから「×（ばつ）」を書くんだよね。実は割り算には「0（ゼロ）」で割ってはいけないというルールがあるんだ。なんで割ってはいけないかを説明するね。

- ① $8 \div 4 = 2$
- ② $8 \div 8 = 1$
- ③ $8 \div 0 = ?$

この計算ってこういう見方もできるよね。

- ① 8っていうのは、 4×2
- ② 8っていうのは、 8×1



つまり

$\bigcirc \div \star = \triangle$ という式があったとき、 \star と \triangle をかけたら \bigcirc になるってことだよ。同じように考えると③は

③ 8ってというのは、 $? \times 0$

「？」がいくつか考えればいいんだけど、「？」がいくつであっても「0（ゼロ）」をかけたら0になってしまう。（8にならない）

だから、 $8 \div 0$ という計算はできないから、0で割っていけないんだよ。

式から反比例のグラフを書いてみよう

それでは、今度は「反比例の式」から反比例のグラフを書く方法を説明するよ。

比例みたいに比例定数に注目して、 x が1増えたら、 y は〇〇増えるみたいな必殺技はないんだ。

だから、反比例のグラフは比例とは違って地道に座標を取っていくんだよ。

実際に例題を見てみよう。

$y = \frac{6}{x}$ のグラフ

式から反比例のグラフを書くために、 x に数字を代入していくよ。ただ、適当な数字を入れるのではなく、 $\frac{6}{x}$ が整数になるような x を代入しよう。



●まずは正の数を考えよう。

$$x = 1 \text{ のとき } y = \frac{6}{x} = \frac{6}{1} = 6$$

$$x = 2 \text{ のとき } y = \frac{6}{x} = \frac{6}{2} = 3$$

$$x = 3 \text{ のとき } y = \frac{6}{x} = \frac{6}{3} = 2$$

$x = 4$ と $x = 5$ を代入してもいいけど、答えは分数になって、座標をとれないよね。

$$x = 6 \text{ のとき } y = \frac{6}{x} = \frac{6}{6} = 1$$

$x = 7$ 以上の数を代入しても $\frac{6}{x}$ は分数になっちゃうからやらないよ。

●次に負の数を考えよう。

$$x = -1 \text{ のとき } y = \frac{6}{x} = \frac{6}{-1} = -6$$

$$x = -2 \text{ のとき } y = \frac{6}{x} = \frac{6}{-2} = -3$$

$$x = -3 \text{ のとき } y = \frac{6}{x} = \frac{6}{-3} = -2$$

$x = -4$ と $x = -5$ を代入してもいいけど、答えは分数になって、座標をとれないよね。

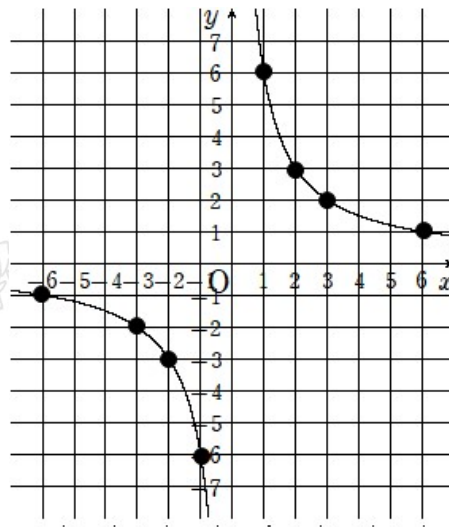
$$x = -6 \text{ のとき } y = \frac{6}{x} = \frac{6}{-6} = -1$$

$x = -7$ 以下の数を代入しても $\frac{6}{x}$ は分数になっちゃうからやらないよ。

この計算から、 $(1, 6)$ $(2, 3)$ $(3, 2)$ $(6, 1)$ $(-1, -6)$
 $(-2, -3)$ $(-3, -2)$ $(-6, -1)$ を通ることがわかるよね。



だから $y = \frac{6}{x}$ のグラフは下のようになるよ。



$y = -\frac{4}{x}$ のグラフ

式から反比例のグラフを書くために、 x に数字を代入していくよ。ただ、適当な数字を入れるのではなく、 $-\frac{4}{x}$ が整数になるような x を代入しよう。

●まずは正の数を考えよう。

$$x = 1 \text{ のとき } y = -\frac{4}{x} = -\frac{4}{1} = -4$$

$$x = 2 \text{ のとき } y = -\frac{4}{x} = -\frac{4}{2} = -2$$

$x = 3$ を代入してもいいけど、答えは分数になって、座標をとれないよね。

$$x = 4 \text{ のとき } y = -\frac{4}{x} = -\frac{4}{4} = -1$$

$x = 5$ 以上の数を代入しても $-\frac{4}{x}$ は分数になっちゃうからやらないよ。



●次に負の数を考えよう。

$$x = -1 \text{ のとき } y = -\frac{4}{x} = \frac{-4}{-1} = 4$$

$$x = -2 \text{ のとき } y = -\frac{4}{x} = \frac{-4}{-2} = 2$$

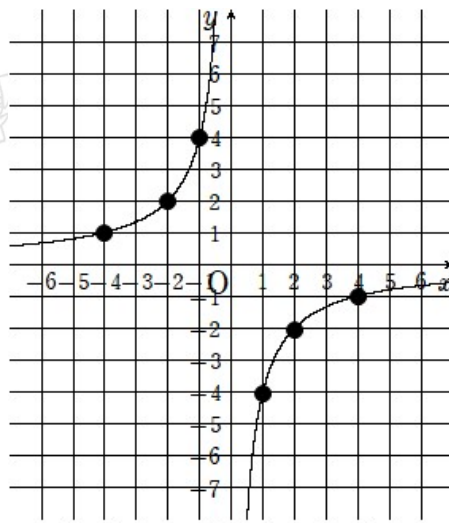
$x = -3$ を代入してもいいけど、答えは分数になって、座標をとれないよね。

$$x = -4 \text{ のとき } y = -\frac{4}{x} = \frac{-4}{-4} = 1$$

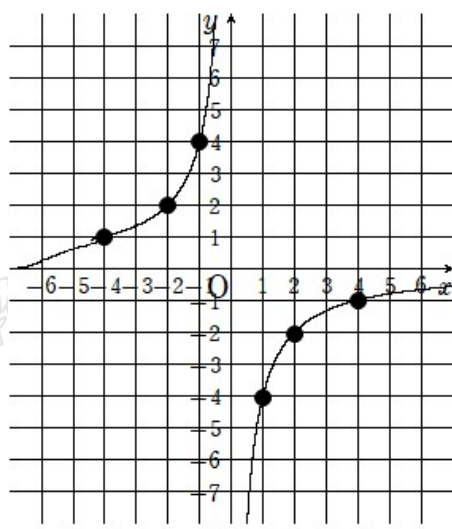
$x = -5$ 以下の数を代入しても $-\frac{4}{x}$ は分数になっちゃうからやらないよ。

この計算から、 $(1, -4)$ $(2, -2)$ $(4, -1)$ $(-1, 4)$ $(-2, 2)$ $(-4, 1)$ を通ることがわかるよね。

だから $y = -\frac{4}{x}$ のグラフは下のようになるよ。今までのグラフは右上と左下にできていたけど、 $y = -\frac{4}{x}$ は右下と左上にあるね。



反比例のグラフでよくある間違いはこんな感じ。



左上にあるグラフがx軸に交わっていることがわかるかな？反比例のグラフは絶対にx軸やy軸に交わらないんだよ。

グラフの端っこまで集中してね。

x軸、y軸に交わらない理由

反比例のグラフがx軸、y軸に交わらない理由だけど、ちゃんと習うのは、高校3年生の「極限」という単元になるんだ。

ただ、ここではx軸に交わらない理由についてざっくりと説明するね。

x軸に交わるってことは $y = 0$ になることだよ。 $y = -\frac{4}{x}$ はxがどんなに小さくなっててもyは0にならないよ。

代入して確かめてみよう



$$x = -1000 \text{ のとき } y = -\frac{4}{-1000} = 0.004$$

$$x = -10000 \text{ のとき } y = -\frac{4}{-10000} = 0.0004$$

$$x = -100000 \text{ のとき } y = -\frac{4}{-100000} = 0.00004$$

xの値がどんなに小さくなくてもyは0にならないから、反比例のグラフはx軸に交わらないことがわかるね。

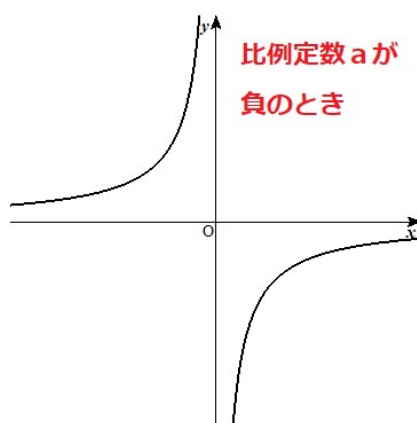
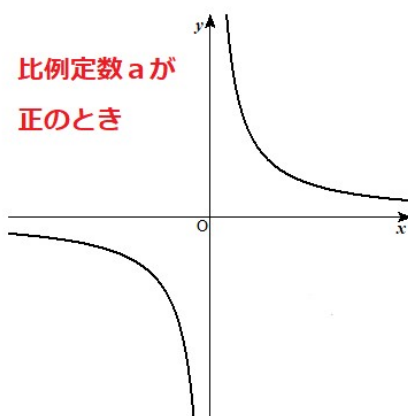
双曲線とは

さっきまで書いていた反比例のグラフは「双曲線（そうきょくせん）」と呼ばれているよ。「双」は「双子（ふたご）」という言葉があるように、「2つ」という意味。「曲線」は曲がった線。だから「双曲線」とは、2つの曲がった線のことだね。

反比例のグラフは必ず2つ曲線ができるんだ。



$y = \frac{a}{x}$ の比例定数 a によって、どこにグラフができるかが決まるよ。



反比例のグラフの特徴

反比例のグラフの特徴をまとめると次の通り。

反比例のグラフの特徴

- ・双曲線（2つの曲がった線）になる。
- ・原点に対して点対称。
- ・原点や x 軸や y 軸は通らない。
- ・ $y = \frac{a}{x}$ の比例定数 a によって、どこにグラフができるかが決まる。

