

角柱と円柱・角錐と円錐の体積の求め方と公式を解説 「立体の体積」

角柱の体積の求め方

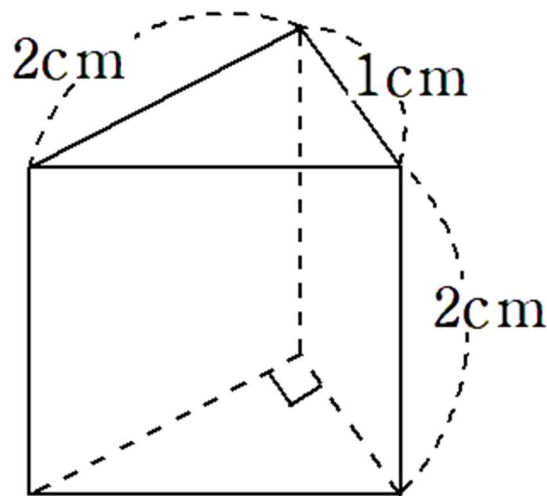
角柱って、三角柱や四角柱や五角柱などをひとまとめにしたものだったよね。

角柱の体積は次の式で求められるよ。

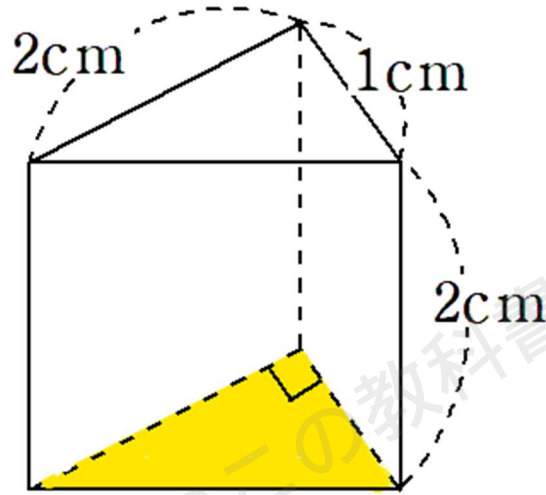
底面積×高さ

小学校でもやったことがあると思うけど、実際に問題をやってみよう

次の三角柱の体積を求めなさい。



STEP 1 底面積を求めよう。



底面積っていうのは、底面の面積のことだったよね。上の三角柱の底面は、底辺が 1 cm、高さが 2 cm の三角形だから、底面積は

$$\begin{aligned} & (\text{底辺}) \times (\text{高さ}) \div 2 \quad \leftarrow \text{三角形の面積を求める公式} \\ & = 1 \times 2 \div 2 \\ & = 1 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

STEP 2 体積を求めよう。

底面積が 1 cm^2 とわかったから、体積は

$$\begin{aligned} & (\text{底面積}) \times (\text{高さ}) \quad \leftarrow \text{角柱の体積を求める公式} \\ & = 1 \times 2 \\ & = 2 \text{ cm}^3 \end{aligned}$$

と求めることができるね。



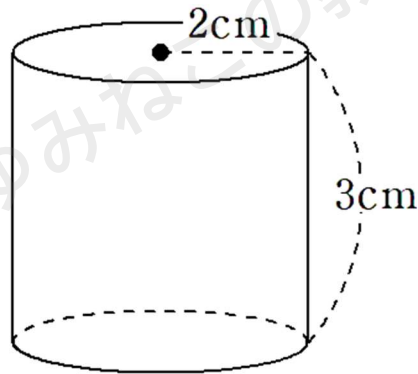
円柱の体積の求め方

円柱の体積も角柱と同じように求めることができるよ。

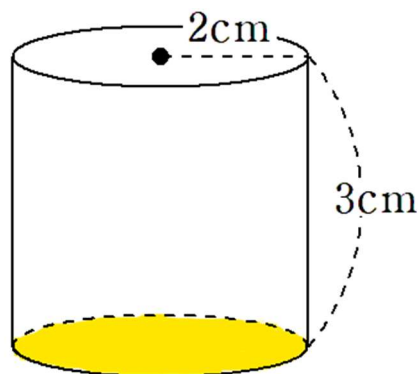
底面積×高さ

実際に問題を見てみよう。

次の円柱の体積を求めなさい。



STEP 1 底面積を求めよう。



底面は、半径2 cmの円だから、底面積は

(半径) × (半径) × (円周率) ←円の面積を求める公式

$$\begin{aligned} &= 2 \times 2 \times \pi \\ &= 4 \pi \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

小学校では「円周率」を3.14で計算したと思うけど、中学生では「 π (パイ)」を使うよ。

STEP2 体積を求めよう。

底面積が $4 \pi \text{ cm}^2$ とわかったから、体積は

(底面積) × (高さ) ←円柱の体積を求める公式

$$\begin{aligned} &= 4 \pi \times 3 \\ &= 12 \pi \text{ cm}^3 \end{aligned}$$

と求めることができるね。よく「 π (パイ)」をつけ忘れることが多いから気をつけよう。

角柱・円柱の体積の公式

角柱も円柱も同じ体積の公式が使えるよ、「〇〇柱はこういう公式だ」と覚えてしまってもいいかもね。

角柱・円柱の体積の公式

(底面積) × (高さ)

底面の形によって、(底面積)の求め方が変わってくるよ。例えば次の通りだよ。



面積を求める公式

長方形の面積：たて×よこ

三角形の面積：底辺×高さ÷2

円の面積：半径×半径× π

台形の面積：（上底+下底）×高さ÷2

角錐の体積の求め方

角錐って、三角錐や四角錐や五角錐などをひとまとめにしたものだったよね。

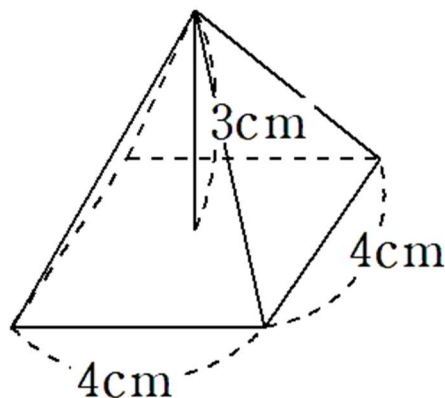
角錐の体積は次の式で求められるよ。

$$\text{底面積} \times \text{高さ} \times \frac{1}{3}$$

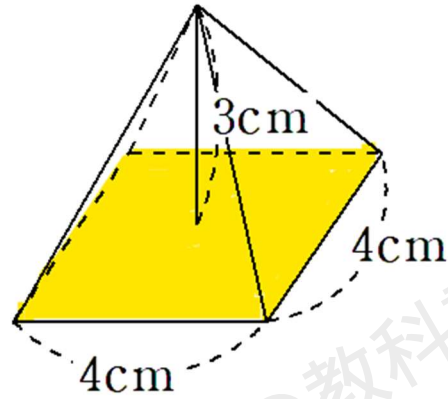
なんで $\frac{1}{3}$ 倍するのは後で説明するね。

実際に問題をやってみよう。

次の正四角錐の体積を求めなさい。



STEP 1 底面積を求めよう。



底面は、1辺が4 cmの正方形だから、底面積は

(1辺) × (1辺) ←正方形の面積を求める公式

$$\begin{aligned} &= 4 \times 4 \\ &= 16 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

STEP2 体積を求めよう。

底面積が16 cm²とわかったから、体積は

(底面積) × (高さ) × $\frac{1}{3}$ ←角錐の体積を求める公式

$$\begin{aligned} &= 16 \times 3 \times \frac{1}{3} \\ &= 16 \text{ cm}^3 \end{aligned}$$

と求めることができるね。



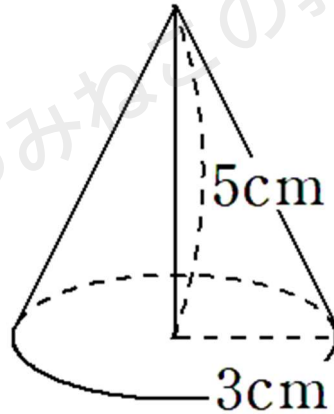
円錐の体積の求め方

円錐の体積も次のような式で求めることができるよ。

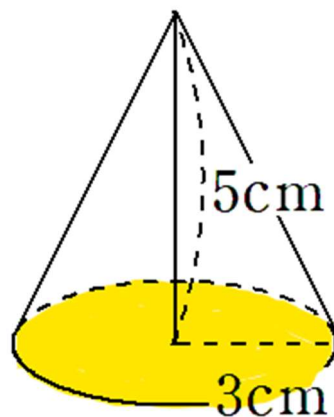
$$\text{底面積} \times \text{高さ} \times \frac{1}{3}$$

実際に問題をやってみよう。

次の円錐の体積を求めなさい。



STEP 1 底面積を求めよう。



底面は、半径3 cmの円だから、底面積は

(半径) × (半径) × (円周率) ←円の面積を求める公式

$$\begin{aligned} &= 3 \times 3 \times \pi \\ &= 9 \pi \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

STEP2 体積を求めよう。

底面積が $9 \pi \text{ cm}^2$ とわかったから、体積は

$$\begin{aligned} &(\text{底面積}) \times (\text{高さ}) \times \frac{1}{3} \\ &= 9 \pi \times 5 \times \frac{1}{3} \\ &= 15 \pi \text{ cm}^3 \end{aligned}$$

と求めることができるね。

角錐・円錐の体積の公式

角錐も円錐も同じ体積の公式が使えるよ、「〇〇錐はこういう公式だ」と覚えてしまってもいいかもね。

とにかく「〇〇錐」は $\frac{1}{3}$ がポイントだよ。

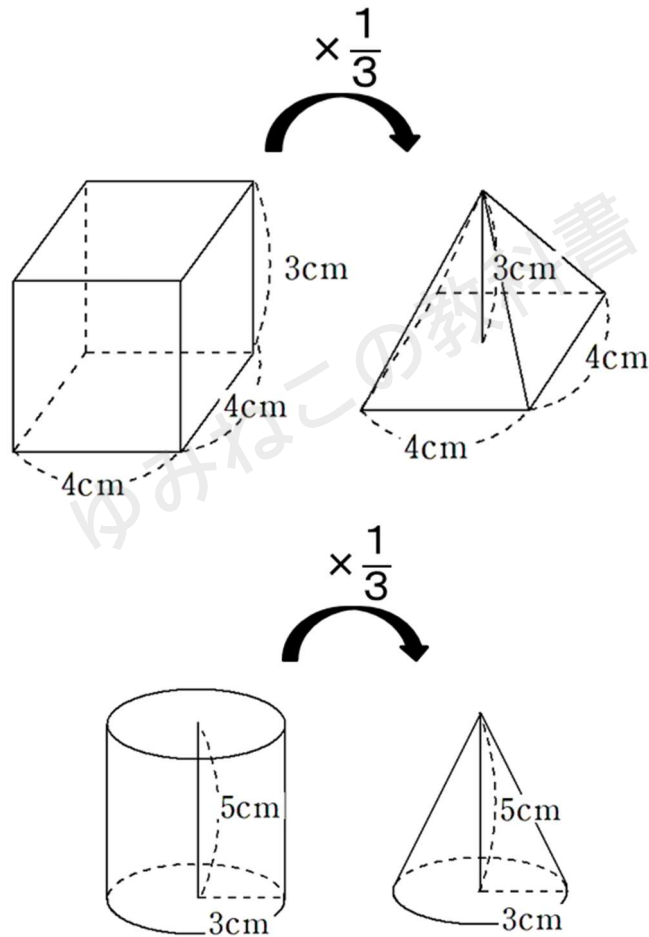
角錐・円錐の体積の公式

$$(\text{底面積}) \times (\text{高さ}) \times \frac{1}{3}$$



錐の体積が柱の $\frac{1}{3}$ 倍になっている

〇〇錐の体積は〇〇柱の $\frac{1}{3}$ 倍になるんだよ。

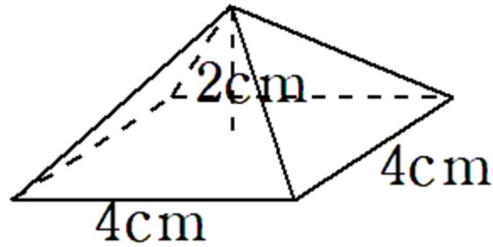


錐の体積が柱の $\frac{1}{3}$ 倍になる理由

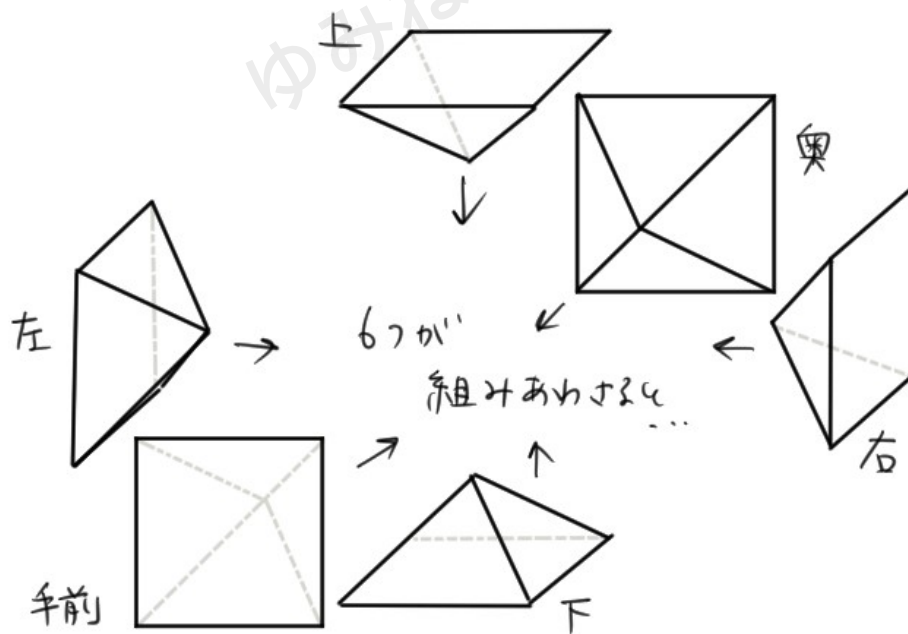
〇〇錐の体積は〇〇柱の $\frac{1}{3}$ 倍になる理由を紹介するね。ここでは、四角錐が四角柱の $\frac{1}{3}$ 倍になることを取り上げるよ。



次のような正四角錐を考えよう。



この正四角錐を6つ組み合わせると下のようない辺が4cmの立方体になるよね。



この立方体の体積は

$$(1\text{辺}) \times (1\text{辺}) \times (1\text{辺})$$

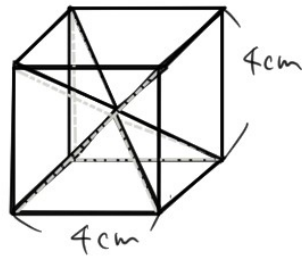
$$= 4 \times 4 \times 4$$

$$= 64\text{cm}^3$$

だね。



↑ 辺が 4cm の立方体に!!



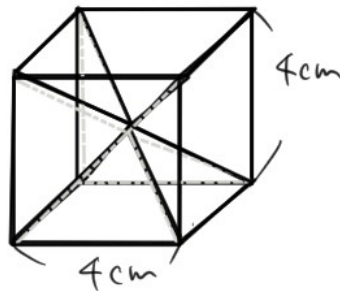
じゃあ、正四角錐1つ分の体積は立方体の $\frac{1}{6}$ になるから

$$64 \times \frac{1}{6} = \frac{32}{3} \text{cm}^3$$

と求まるね。

正四角錐の体積が $\frac{32}{3} \text{cm}^3$ ということがわかったよ。

この立方体の体積は、 $4 \times 4 \times 4 = 64 \text{cm}^3$



正四角錐



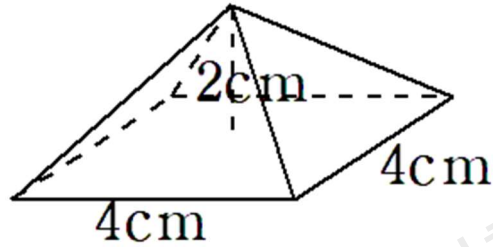
が 6つで出来ているので、1つあたりは

$$64 \times \frac{1}{6} = \frac{32}{3} \text{cm}^3$$



もし、

下の正四角錐の体積が



(底面積) × (高さ) だったとすると

$$= 4 \times 4 \times 2$$

$$= 32 \text{ cm}^3$$

になっちゃうね。ただ、実際の体積は $\frac{32}{3} \text{ cm}^3$ なので

$$(底面積) \times (高さ) \times \frac{1}{3}$$

になるってことだよ。

柱の体積の $\frac{1}{3}$ が錐の体積になることがわかったかな。

