

「yはxの二乗に比例する」関数とは？

二次関数との違い・比例定数

yはxの二乗に比例する関数

「関数」とは、「xの値が1つ決まる」と、「yの値もただ1つ決まる」という関係のことだったよね。

今まで、比例や反比例、一次関数などの関数を学習してきたね。

今まで学習してきた関数

- ・ 比例 $y=ax$
- ・ 反比例 $y=\frac{a}{x}$
- ・ 1次関数 $y=ax+b$

3年生の数学で学習するのは、「二乗に比例する関数」だよ。

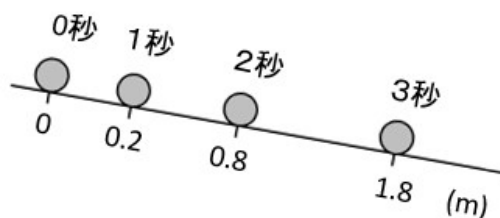
二乗に比例する関数の身近な例

「二乗に比例する」と言われても、ちょっとピンとこないね。
実際の例をもとに説明していくよ。

たとえば、「坂道で球を転がしてみた時」を考えてみよう。

坂道で球を転がすと、だんだんスピードアップして転がり落ちていく（加速していく）よね。

坂を転がし始めてから、1秒ごとの球の位置を記録したら次のようになったよ。



x秒	0	1	2	3
ym	0	0.2	0.8	1.8

この表を見ると

xが2倍、3倍、4倍・・・となるとyの値は4倍、9倍、16倍・・・となっているよね。

じゃあxとyの関係はどうなるだろう？

xとyだけの関係で考えると、

$x=1$ のときは、 $y=0.2$ ($y=0.2x$)

$x=2$ のときは、 $y=0.8$ ($y=0.8x$)

$x=3$ のときは、 $y=1.8$ ($y=1.8x$)

・・・となってしまって、比例定数が定まらないね。

つまり、これは比例の関係ではないということだね。

そこで、さっきの表に「 x^2 」を付け足してみるよ。

x	0	1	2	3
x^2	0	1	4	9
y	0	0.2	0.8	1.8

$x^2=1$ のときは、 $y=0.2$ ($y=0.2x^2$)

$x^2=4$ のときは、 $y=0.8$ ($y=0.2x^2$)

$x^2=9$ のときは、 $y=1.8$ ($y=0.2x^2$)

比例定数が定まったね。

つまり、この表を見るとyの値は x^2 の値の0.2倍になっていることがわかるよね。

x	0	1	2	3
x^2	0	1	4	9
y	0	0.2	0.8	1.8

$\times 0.2$



だから

$$y=0.2x^2$$

と表すことができるんだよ。

「 $y=0.2x^2$ 」という式からもわかるけれど、「 y は x の二乗に比例する」関数になっているよね。

二乗に比例する関数の形

$y=0.2x^2$ は「 y は x の二乗に比例する」関数だったよね。

「 y は x の二乗に比例する」関数の形を紹介しよう。

y は x の二乗に比例する関数

- $y=ax^2$ で表すことができる
- 「 a 」のことを比例定数と呼ぶ
- 比例定数「 a 」は $a=\frac{y}{x^2}$ で求めることができる
※ただし、この式は「 $y=ax^2$ 」の両辺を「 x^2 」で割ったら出てくるので、絶対に覚える必要はないよ。

「2次関数」と「 y は x の二乗に比例する関数」の違い

2年生で「1次関数」を学習したから、3年生で学習したこの「 $y=ax^2$ 」のことは「2次関数」とは言わないの?と思う人も多いかもしれないね。

「2次関数」と「 y は x の二乗に比例する関数」の違いを説明するよ。

2次関数と二乗に比例する関数の違い

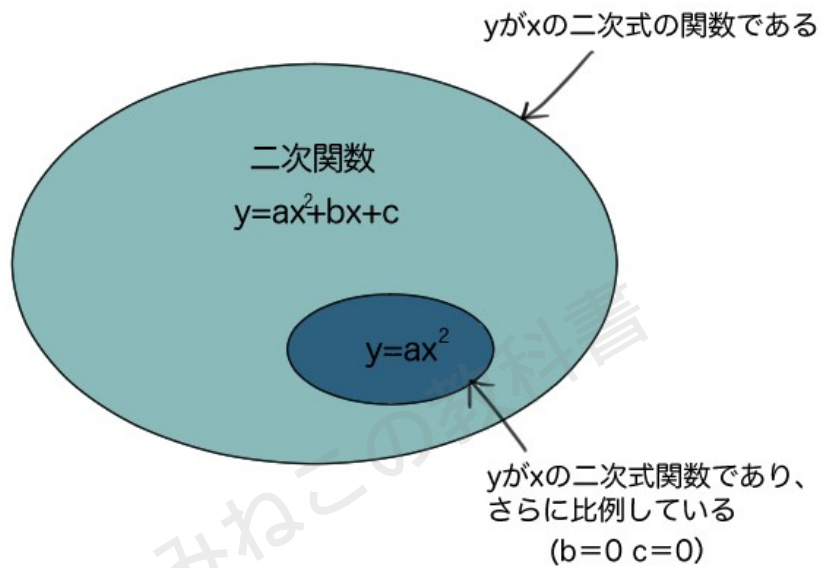
- 2次関数は「 $y=ax^2+bx+c$ 」
- y は x の二乗に比例する関数は「 $y=ax^2$ 」

y は x の二乗に比例する関数「 $y=ax^2$ 」っていうのは、

2次関数「 $y=ax^2+bx+c$ 」の式で、 $b=0$ 、 $c=0$ になる特別な場合のことなんだよ。



こんな感じのイメージだね。



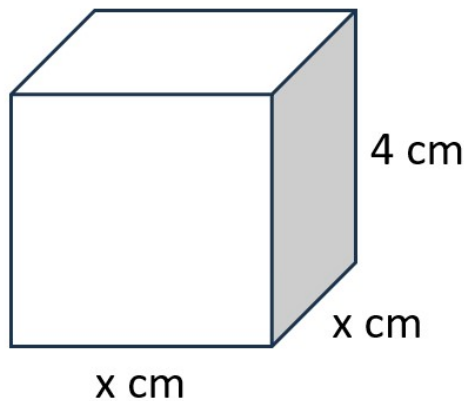
2次関数という集まりの中に、「yはxの二乗に比例する関数」がいるということだね。
だから、「yはxの二乗に比例する関数」は、2次関数といっても間違いではないけれど、中学3年生でやるのは、 $b=0$ 、 $c=0$ の特別な場合(=比例している)だけだよ。

$y=ax^2$ の比例定数の求め方

yはxの二乗に比例する関数「 $y=ax^2$ 」の比例定数「a」の値を次の問題で求めてみよう。

(1)

1辺がxcmの正方形で、高さが4cmの四角柱の体積が $y\text{cm}^3$ になった。yをxの式で表せ。
また比例定数を答えなさい。



四角柱の体積は

体積＝底面積×高さ
で求まるから、

$$y=x \times x \times 4$$

$$y=4x^2$$

と表すことができるよね。
だから比例定数は「4」になるね。

(2)

yは x^2 に比例し、 $x=2$ のとき $y=12$ になる。yをxの式で表せ。

この問題はよく入試問題や定期試験にでるよ。

まず、「yは x^2 に比例し」という文章を見たら、
「yはxの二乗に比例する関数だから、答えの式は、 $y=ax^2$ になるな」と反応できるようにしよう。

これができたら、あとは楽勝だよ。

$y=ax^2$ に「 $x=2$ のとき $y=12$ 」を代入しよう。

$$12=a \times 2^2$$

$$12=4a$$

$$a=3$$

比例定数「a」が「3」とわかったので、「 $y=ax^2$ 」の式に代入しよう。

答えの式は

$$y=3x^2$$

と求めることができるよ。



「yはxの二乗に比例する関数」まとめ

- 「yはxの二乗に比例する関数」の式は、「 $y=ax^2$ 」で表すことができる
- 「a」のことを比例定数と呼ぶ
- 比例定数「a」は $a=\frac{y}{x^2}$ で求めることができる
- yはxの二乗に比例する関数「 $y=ax^2$ 」とは、2次関数「 $y=ax^2+bx+c$ 」の式で、 $b=0$ 、 $c=0$ になる特別な場合のことである

