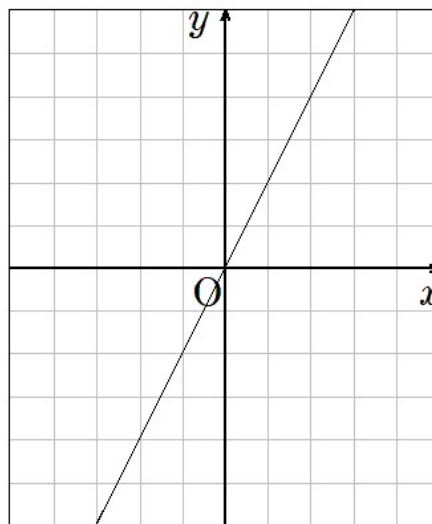


# 放物線とは？「 $y$ は $x$ の二乗に比例する」 グラフの書き方を解説

$y=x^2$ のグラフはどんな特徴があるのか？

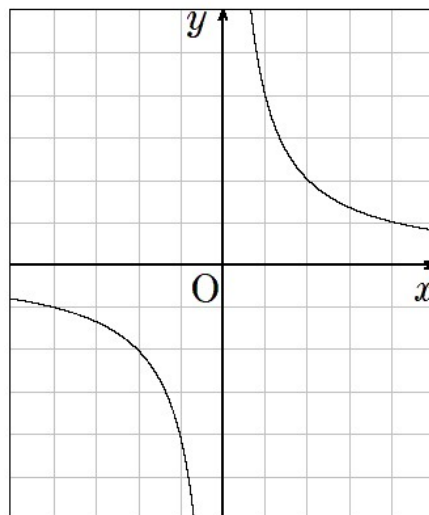
中学数学で学習してきた関数のグラフを復習しよう。

まずは1年生の数学で学習した「比例のグラフ」



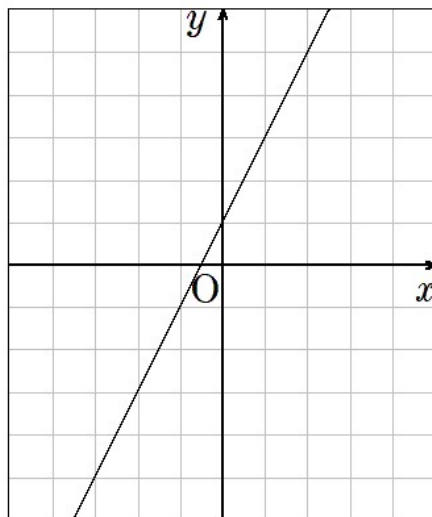
比例のグラフは、直線で、原点を必ず通るなどの特徴があったね。

「反比例のグラフ」



反比例のグラフは、原点を通らなくて、 $x$ 軸と $y$ 軸をまたがなかったね。「双曲線」と呼ばれる2つの曲がった線がかならずできるんだったね。

2年生の数学で学習した「一次関数のグラフ」



一次関数 ( $y=ax+b$ ) のグラフは、比例のグラフと同じで直線だけれど、「切片」で $y$ 軸と交わり、原点を通らない特徴があったね。

さて、いよいよ本題。

3年生の数学で学習するのは「 $y$ は $x$ の二乗に比例する関数のグラフ」だよ。

名前だけだとピンとこないね。

実際に、どんなグラフになるのかを考えていこう。

「 $y$ は $x$ の二乗に比例する関数」は「 $y=ax^2$ 」と表すことができるんだったよね。

今回は比例定数「 $a=1$ 」だと仮定してグラフを書いてみよう。



## $y=x^2$ のグラフを書いてみよう

①から③の手順で $y=x^2$ のグラフを書こう。

### ①表をうめる

$y=x^2$ の「 $x$ 」に-3から3までの値を代入して「 $y$ 」の値を求めよう。

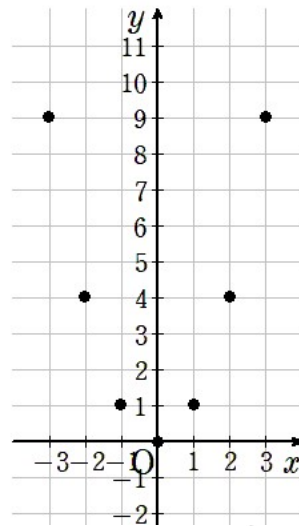
$x$	-3	-2	-1	0	1	2	3
$y$							

↓

$x$	-3	-2	-1	0	1	2	3
$y$	9	4	1	0	1	4	9

### ②座標をとる

表を縦にみて、 $x$ と $y$ の座標をグラフにとろう



### ③線で結ぶ

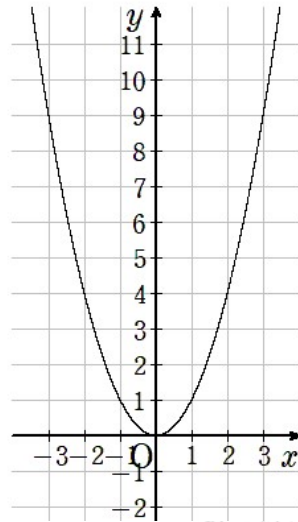
座標を線で結ぼう。

ここで「 $y$ は $x$ の二乗に比例する関数」のポイント。

「 $y$ は $x$ の二乗に比例する関数」は直線ではなく、曲線（曲がった線）になるんだ。



だから定規を使って書きちゃいけないんだ。  
 こんな感じになるよ。



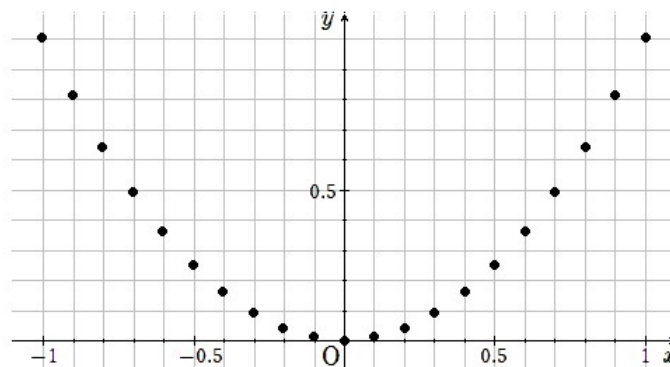
### $y=x^2$ のグラフが曲線になる理由

じゃあ、なんで曲線になるかを考えていこう。  
 さっきの表をもっと細かくとってみたよ。

$x$	-1	-0.9	-0.8	-0.7	-0.6	-0.5	-0.4	-0.3	-0.2	-0.1	0
$y$	1	0.81	0.64	0.49	0.36	0.25	0.16	0.09	0.04	0.01	0

$x$	0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1
$y$	0	0.01	0.04	0.09	0.16	0.25	0.36	0.49	0.64	0.81	1

「 $x$ 」と「 $y$ 」の座標をとると、なんと「なめらかな曲線」っぽくなるのがわかるかな。



たとえば、「 $y=ax^2$ 」の式になる例として、「坂道を転げ落ちるボール」をイメージしてみよう。

ボールの転げ落ちるスピードは、どんどん加速していくよね。

でも、この加速って、「なめらかに、だんだんと加速していく」よね。

けって、スピードが速くなるたびに「ガクン、ガクン」とスピードの早さが変わったりしないよね。

だから、グラフの線もカクカクしない、なめらかな曲線になるんだよ。

反比例のグラフと同じで、「 $y$ は $x$ の二乗に比例する関数のグラフ」は曲線になること、定規を使って書いてはいけないということ覚えておこう。

## $y=x^2$ のグラフの特徴

$y=x^2$ のグラフを見て特徴を考えてみよう。

この曲線は、 $y$ 軸で折り曲げたらぴったり重なるよね。このことを「 $y$ 軸対称」っていうよ。

あと原点(0,0)を通っているよね。

$y=x^2$ のグラフの特徴は次の通りだよ。

### $y=x^2$ のグラフの特徴

- 必ず原点を通る
- なめらかな曲線になる
- $y$ 軸対称になる。

## $y=ax^2$ のグラフの特徴

「 $y$ は $x$ の二乗に比例する関数( $y=ax^2$ )」の比例定数「 $a$ 」にはいろいろな数字が入るんだけど、「 $a$ 」の値が変わるとグラフがどのように変化していくかを考えていこう。

## $y=2x^2$ のグラフ

まずは $a=2$ のときの $y=2x^2$ を書いていこう。



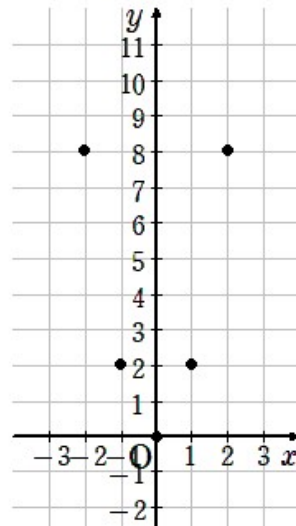
①表をうめる

$y=2x^2$ の「 $x$ 」に-3から3までの値を代入して「 $y$ 」の値を求めよう。

$x$	-3	-2	-1	0	1	2	3
$y$	18	8	2	0	2	8	18

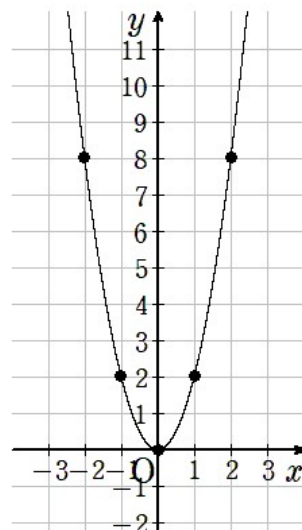
②座標をとる

表を縦にみて、 $x$ と $y$ の座標をグラフにとろう



③曲線で結ぶ

座標をなめらかな曲線で結ぼう。



## $y=3x^2$ のグラフ

次には $a=3$ のときの $y=3x^2$ を書いていこう。

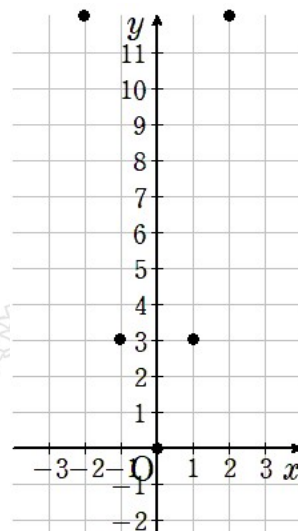
### ①表をうめる

$y=3x^2$ の「 $x$ 」に-3から3までの値を代入して「 $y$ 」の値を求めよう。

$x$	-3	-2	-1	0	1	2	3
$y$	27	12	3	0	3	12	27

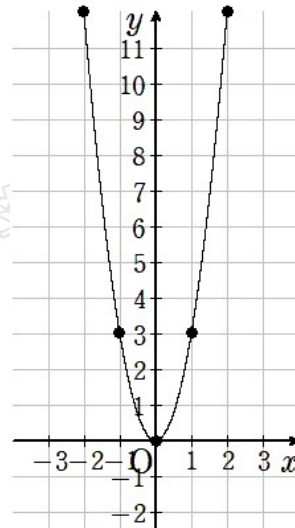
### ②座標をとる

表を縦にみて、 $x$ と $y$ の座標をグラフにとろう



③ 曲線で結ぶ

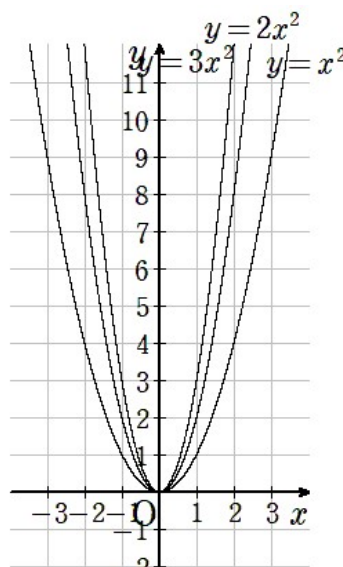
座標をなめらかな曲線で結ぼう。



$a$ の値によってグラフがどのように変化しているか

3つのグラフ $y=x^2$ 、 $y=2x^2$ 、 $y=3x^2$ を今まで書いてきたね。

3つのグラフを比べると次のようになっているよ。





グラフを見てわかることは次の通りだね。

- $a$ の値が $1 \rightarrow 2 \rightarrow 3$ と増えると、グラフの開き方は小さくなる
- グラフは上に開いている

どうして $a$ の値が増えると、グラフの開き方は小さくなるのかというと、「グラフの開き方が小さい」=より急な増え方なんだよね。

$a$ の値が大きくなればなるほど、 $x$ が増えたときの $y$ の増え方は急になるよね。

## $y = -ax^2$ のグラフの特徴

じゃあ次に比例定数「 $a$ 」がマイナス(負の数)になる場合のグラフについて考えていこう。

## $y = -x^2$ のグラフ

まずは $a = -1$ のときの $y = -x^2$ を書いていこう。

### ①表をうめる

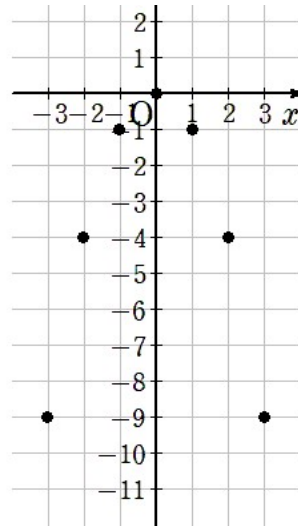
$y = -x^2$ の「 $x$ 」に $-3$ から $3$ までの値を代入して「 $y$ 」の値を求めよう。

$x$	$-3$	$-2$	$-1$	$0$	$1$	$2$	$3$
$y$	$-9$	$-4$	$-1$	$0$	$-1$	$-4$	$-9$



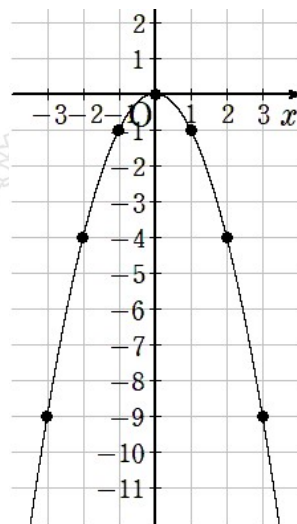
②座標をとる

表を縦にみて、 $x$ と $y$ の座標をグラフにとろう



③曲線で結ぶ

座標をなめらかな曲線で結ぼう。



## $y = -2x^2$ のグラフ

次に  $a = -2$  のときの  $y = -2x^2$  を書いていこう。

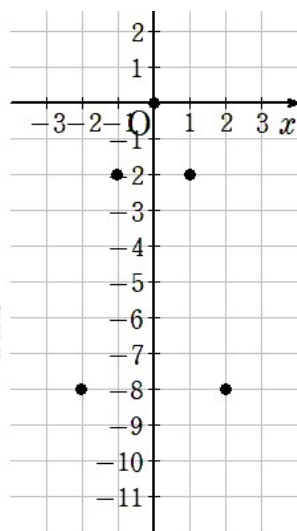
### ① 表をうめる

$y = -2x^2$  の「 $x$ 」に  $-3$  から  $3$  までの値を代入して「 $y$ 」の値を求めよう。

$x$	$-3$	$-2$	$-1$	$0$	$1$	$2$	$3$
$y$	$-18$	$-8$	$-2$	$0$	$-2$	$-8$	$-18$

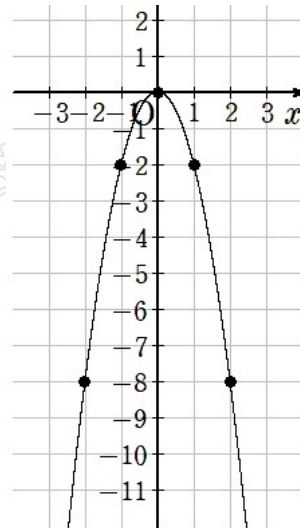
### ② 座標をとる

表を縦にみて、 $x$  と  $y$  の座標をグラフにとろう



③曲線で結ぶ

座標をなめらかな曲線で結ぼう。



$y = -3x^2$ のグラフ

最後に $a = -3$ のときの $y = -3x^2$ を書いていこう。

①表をうめる

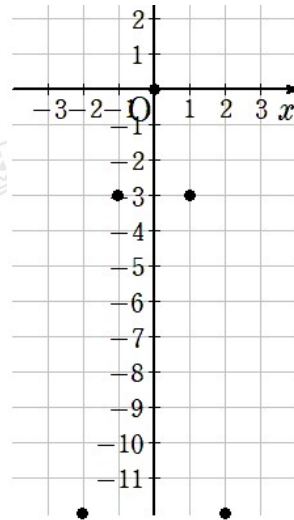
$y = -3x^2$ の「 $x$ 」に-3から3までの値を代入して「 $y$ 」の値を求めよう。

$x$	-3	-2	-1	0	1	2	3
$y$	-27	-12	-3	0	-3	-12	-27



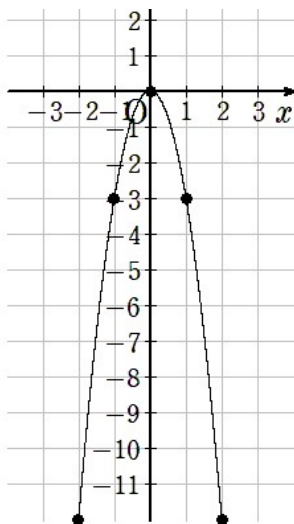
②座標をとる

表を縦にみて、 $x$ と $y$ の座標をグラフにとろう



③曲線で結ぶ

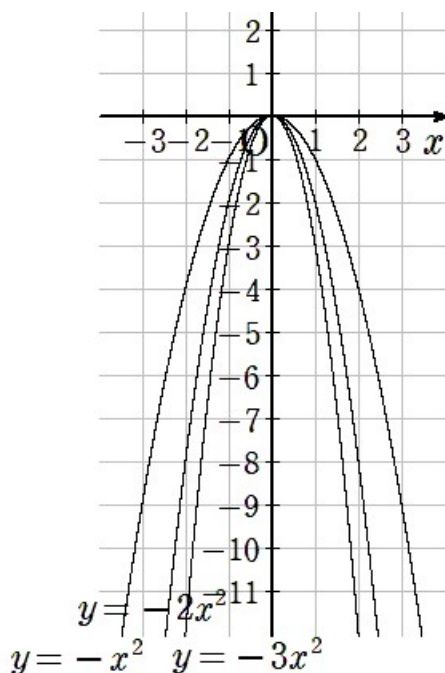
座標をなめらかな曲線で結ぼう。



## aの値によってグラフがどのように変化しているか

3つのグラフ $y=-x^2$ 、 $y=-2x^2$ 、 $y=-3x^2$ を書いてきたね。

3つのグラフを比べると次のようになっているよ。



- aの値が $-1 \rightarrow -2 \rightarrow -3$ と減ると、グラフの開き方は小さくなる
- グラフは下に開いている

今度は、aの値が減ると、グラフの開き方が小さくなるんだね。

比例定数がプラス(正の数)の時とは反対だね。

どうしてかという、負の数の場合、数自体は減って「 $-1 \rightarrow -2 \rightarrow -3$ 」と小さくなっていても、「a」の絶対値だけに注目すると、数字自体は「 $1 \rightarrow 2 \rightarrow 3$ 」と大きくなっているよね。

つまり、やっぱり「急」になっているんだ。

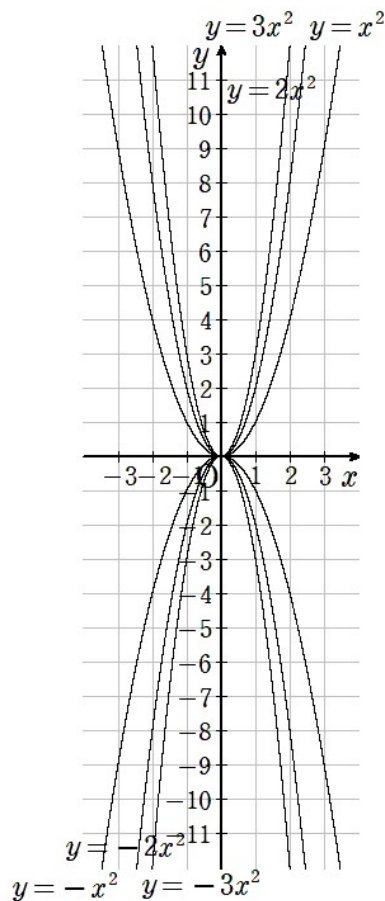
xが減ったときの、yの減り方がより「急」になるので、グラフの開き方が小さくなるというわけだね。



## $y=ax^2$ と $y=-ax^2$ のグラフの比較

比例定数「 $a$ 」が正の場合と負の場合ではグラフはどのように変わってくるかをまとめてみよう。

今まで書いたグラフは次の通り。



$a > 0$  ( $a$ がプラスの場合)

- グラフは上に開く
- $a$ が大きくなると( $1 \rightarrow 2 \rightarrow 3$ )、グラフの開きは小さくなる
- 

$a < 0$  ( $a$ がマイナスの場合)

- グラフは下に開く
- $a$ が小さくなると( $-1 \rightarrow -2 \rightarrow -3$ )、グラフの開きは小さくなる



## 放物線とは

「 $y$ は $x$ の二乗に比例する関数( $y=ax^2$ )」のグラフの形は、 $y$ 軸を対称にしたなめらかな曲線だったね。

この曲線のことを、「放物線」と呼ぶよ。

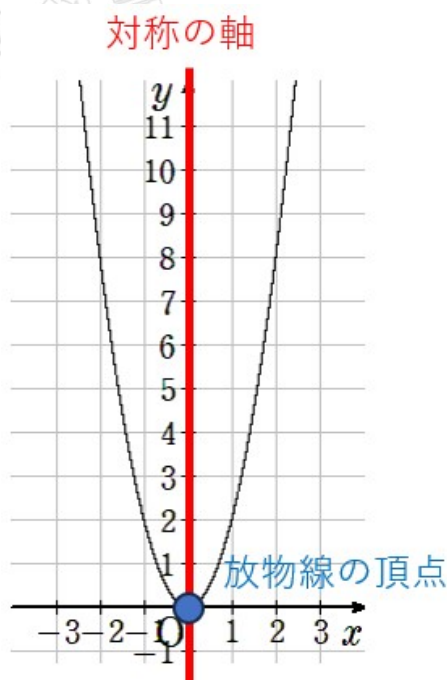
「放物線」とは、「物を放ったときの線」という意味なんだ。

もう少しわかりやすく言うと、斜めに投げた物が落ちるまでに通る経路と同じ形の曲線ののこのことだよ。



よく野球とかで「美しい放物線を描いたホームラン」とか言ったりするよね。

あまりテストでは出ることはないんだけど、放物線の「頂点」や「対称の軸」という言葉も教科書に書いてあるので、覚えておこうね。





## 「 $y$ は $x$ の二乗に比例する( $y=ax^2$ )」まとめ

### $y=x^2$ のグラフの特徴

- 必ず原点を通る
- なめらかな曲線になる
- $y$ 軸対称になる。

### $a>0$ ( $a$ がプラスの場合)

- グラフは上に開く
- $a$ が大きくなると( $1 \rightarrow 2 \rightarrow 3$ )、グラフの開きは小さくなる

### $a<0$ ( $a$ がマイナスの場合)

- グラフは下を開く
- $a$ が小さくなると( $-1 \rightarrow -2 \rightarrow -3$ )、グラフの開きは小さくなる

### 放物線とは

- 「 $y$ は $x$ の二乗に比例する関数( $y=ax^2$ )」のグラフの曲線のことを、「放物線」と呼ぶ。
- 「 $y$ は $x$ の二乗に比例する関数( $y=ax^2$ )」のグラフが対称になっている軸( $y$ 軸)のことを、「対称の軸」と呼ぶ
- 「 $y$ は $x$ の二乗に比例する関数( $y=ax^2$ )」のグラフの頂点となっている点(原点)のことを、「放物線の頂点」と呼ぶ

