

「整式の乗法」「指数法則」をわかりやすく解説

教科書にはなんて書いてあるの??

教科書の説明

文字 a をいくつか掛けたものを「 a の累乗」という。
「 a を n 個掛けた累乗」を a^n (a の n 乗) と書き、 n は指数という。

「 x^2 」のことはなんて読んでいるかな?
そう、「 x の 2 乗」だよな。

教科書に書いてある「 a を n 個掛けた累乗」を a^n (a の n 乗) と書き…というのは、これと同じだね。

「 x かける x 」というように、 x を 2 個掛けたものを x^2 と書いているし、
「 x の 2 乗」という言葉ももう使ってきているよね。

指数法則の用語を説明！累乗・指数とは？

でも、ここで新しく登場する言葉もあるね。
「累乗 (るいじょう)」と「指数」だね。

累乗とは？

ザックリいうと
同じものを「累 (かさねて) 乗 (かける)」ということ！

「累」という漢字は、「かさねる」という意味を持っているんだ。
「乗」は「乗法」という言葉で使っているとおり、「かける」という意味 だよな。
つまり、「累乗」とは「かさねて、かける」ということだよ。
「 x の累乗」は、「 x をかさねてかけた」ものなんだ。つまり、「 x をくりかえし何個かかけたもの」だね。
ここでハッキリさせておきたいのは、「同じもの (x なら x だけを) をかさねてかける」ということ。



指数とは？

ザックリいうと

「何回」かさねてかけるのかを指示する数のこと！

「指数」の「指」という字も皆はよく使っているよね。

例えば、「指示」なんて言葉で使われているね。

「指示」は「指し示す」という意味。

「こうして」と誰かに命令したり、教えたりするときに使うね。

「 x の累乗」は「 x を何個かさねてかける」という意味だったね。

でも、「 x の累乗」だけだと、肝心の「 x を何個かけるのか」が分からないよね。

だから、「何個かけるのか？」を伝える「指示」が必要になるんだ。

x^2 は、「 x の累乗で、かける回数は2回だよ！」と

指示しているということなんだ。

指示するための数だから、「指数」なんだ。

ちなみに、この時の x は「底数」と呼ぶんだ。

「底」は「底力」でピンと来ないかな？

「底力」って、「その人のもともと持っていた力のマックス」という意味だよね。

「底」は「もともと」、つまり「基本」という意味があるんだ。

「 x の累乗」の「 x 」は、いわば主役だよね。

x は基本となるキャラクターなんだよ。

だから「基本となる数」＝「底数」と呼ぶんだ。



でも、いちいち指数とか累乗とか使わなくても、 x かける x でいいんじゃない？と思うかもしれないね。

「 x かける x 」くらいならいいけど、「 x を100回かける」とか言われたら、いちいち全部書くのは大変だよな。



「 x を100回かける」を「 x^{100} 」と書くだけで済ませられるなんて、累乗と指数はとても便利だね！

指数法則とは？言葉にすれば、理解するのはカンタン！

ザックリいうと

指数を持っている数同士を計算するときのルール！

では、こんどは指数法則とはなにか見ていこう。

「指数」は累乗するときの「指示するための数」だったよね。
この「指数」を持っている数同士を計算するとき、「指数はどうなっちゃうの？」
ということをもとめたのが「指数法則」だよ。

覚える指数法則は、3つだけなんだ。



指数法則、この3つのルールを覚えよう！

$$1. \quad a^m \times a^n = a^{m+n}$$

(累乗の積は、指数の和)

$$2. \quad (a^m)^n = a^{mn}$$

(累乗の累乗は、指数の積)

$$3. \quad (ab)^n = a^n b^n$$

(積の累乗は、累乗の積)

1を例で考えてみるね。

$$a^2 \times a^3 = a^{2+3}$$

つまり、

累乗同士をかけたときは、答えの指数は、かけた累乗それぞれの指数の足し算だよ！
ということを行っているんだ。

「それって本当？」という気もするよね。試してみよう。

$$\begin{aligned} & a \times a \text{ (} a \text{が2個)} \times a \times a \times a \text{ (} a \text{が3個)} \\ &= a \times a \times a \times a \times a \text{ (} a \text{が5個)} \\ &= a^5 \end{aligned}$$

確かに答えの指数「5」は、かけた累乗それぞれの指数を足した「 $2 + 3 = 5$ 」と同じだね。
こんなふうに、
もし指数法則を知らなくても、今まで習った知識で計算することもできるよね。

ではなんでこんな法則達を覚えなくてはいけないかというと、
ここから先累乗を含めた整式を掛けたりするときに、
指数法則を知っていればパツパツと計算できて便利だからなんだ。

逆に知らないと、ひとつひとつを計算しなくてはいけなかったりで、
とても大変になってしまうよ。頑張ってお覚えよう。

2も試してみよう。

$$(a^2)^3 = a^{2 \times 3}$$

$$\begin{aligned} & (a \times a) \times (a \times a) \times (a \times a) \\ &= a \times a \times a \times a \times a \times a \\ &= a^6 \end{aligned}$$



確かに、答えの指数「6」は、累乗の指数と、それをさらに累乗するときの指数をかけた「 2×3 」と同じだね。

累乗をさらに累乗したときは、答えの指数は指数同士をかけたものなんだね。

3はどうかな？

$$(a b)^2 = a^2 b^2$$

$$(a b) \times (a b)$$

$$= a \times b \times a \times b$$

$$= a^2 \times b^2$$

$$= a^2 b^2$$

ある積の累乗は、その指数をそれぞれもつ累乗の積と同じなんだね。

