

「展開の公式」をわかりやすく解説（ポイントは2つ）

展開とは

ザックリいうと

「かけ算で出来ている式」を、「実際に計算しちゃう」こと！

実は中学3年の数学で「展開」についてはもう勉強しているんだ。

覚えているかな？

「展開」について、教科書にはこう書いてあるよ。

教科書くん「単項式や多項式の積の形で表された式を計算して単項式の和の形に表すことを、もとの式を展開するという。」

カンタンな言葉にすると、かけ算で書いてある式を、たし算やひき算※の形に書き直す、ということだよ。

※ひき算も、「 -2 」を加えるという考え方をすれば、「和」だからね。

でもそれでもまだピンと来ないよね。

まあ、つきつめて言うと、

「かけ算の式を、実際に計算しちゃって」

という言い方でどうかな。

例えば、 $(x+4)(y-9)$ という「かけ算の式」がある。

この式の意味は $(x+4) \times (y-9)$ だからね。

つまり、 $(x+4)$ に $(y-9)$ をかける「かけ算」だね。

さて、これってまだ計算できるよね。

というわけで、実際に計算してみようというのが「展開」なんだ。

分配法則で計算すると、

$$x y - 9 x + 4 y - 36$$

になるね。

ほら、「単項式」の「和」の形になった。

$$x y - 9 x + 4 y - 36$$



「展開」＝ひろげる

という言葉通り、「かけ算」として小さくまとまっている式があるんだけど、

「まだ計算できる部分があるから実際に計算して広げてしまおう！」

という作業なんだね。

ちなみに、「展開」の完成のサインは、

「それ以上は計算できない！」

状態になったらだよ。

展開の公式って？何のために覚えるの？

中学で習った展開の公式

$$\textcircled{1} \quad (x+a)(x+b)=x^2+(a+b)x+ab$$

$$\textcircled{2} \quad (x+a)^2=x^2+2ax+a^2$$

$$(x-a)^2=x^2-2ax+a^2$$

$$\textcircled{3} \quad (x+a)(x-a)=x^2-a^2$$

展開の公式を覚えるのは、「ショートカット」の一言につきるね。

③のような式の形のときは、 $-ax+ax$ が必ず出来て、どうせ打ち消しあう（無くなる）ということが分かっているんだ。

それなら、はじめから最後までいちいち計算せず、分かりきっている形にしちゃおう、というのが「公式」の目的だよ。

この展開の公式が高校数学ではこう変身するよ。

高校で習う展開の公式

$$\textcircled{1} \quad (x+a)(x+b)=x^2+(a+b)x+ab$$

$$\textcircled{2} \quad (a+b)^2=a^2+2ab+b^2$$

$$(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$$

$$\textcircled{3} \quad (a+b)(a-b)=a^2-b^2$$

ちょっとところどころ文字が変わってるけど、結局、公式の形は変わってないから安心しよう。でもここで一つ目のポイントがあるよ。



ポイント①

展開の公式が一つ増える！

この3つの公式に新しい仲間が増えるんだ。

$$\textcircled{4} \quad (ax+b)(cx+d)=acx^2+(ad+bc)x+bd$$

今までの公式とは決定的に違うところがあるよ。

それは、 x の係数が、 a と c 、というように「異なる数字」だということ。

今までの公式は、「 x の係数部分は同じ」という、いわば条件つきだったんだ。

でも、今回新たに加わった公式は、

「 x の係数が違って大丈夫！」という

ある意味頼りになるヤツなんだよ。

これで新たに4人メンバーになった展開の公式だけど、高校数学ではすごく重要なので、とにかく必死に覚えよう！

ポイント②

3つ以上の項がある式には「カタマリ」で対応する！

この「カタマリ」のワザも実は中学数学ですでに勉強しているよ。

何がしたいかというと、「展開の公式」はショートカットに便利、と話したよね。

便利だから、なるべく使いたいんだ。

でも、公式①～④の式の形に当てはまってくれていないと、「使えない」よね。

仕方なく地道に展開の計算をするしかない…と思いきや、

じつは「なんか微妙に公式のカタチと似てる・・・！？」ということもあるんだ。

例えば、

$$(x+y+2)^2$$

という式があったとするよ。

展開の公式の②

$$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$$

$$(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$$

の形に似ているような？でも項が3つもある時点でダメだよ…。と諦めかけたところに、

あれ？「 $x+y$ 」をひとまず「カタマリ※」にしてみたらいけるかも？と、ひらめかないかな？

※教科書などでは、「カタマリ」を X （大文字の x ）で表すよ。



そうすると、

$$(X+2)^2$$

になって、なんと②の公式と同じ形になるんだ！

そうすると、公式を使って簡単に計算ができるね。

まずは X^2+4X+4 となるね。

そして、ここでカタマリを元に戻すんだ。

X は「 $x+y$ 」のことだから、

$$(x+y)^2+4(x+y)+4$$

になるね。

$(x+y)^2$ の部分は、これまた
公式②が使えるね。

なので、

$$x^2+2xy+y^2$$

も計算して、

最終的には

$$x^2+2xy+y^2+4x+4y+4$$

これ以上計算できないね。

というわけで、展開完了！

こうして、「カタマリ」を使うことでパッと見 公式が使えなさそうな式でも、公式と同じ形に
することができるんだ。

高校数学I 展開の公式

「展開の公式」まとめ

- 中学との違い:公式がひとつ増える!!
- 「カタマリ」を使うことで、公式と同じ形に直せるときがある!

