

「展開の公式」例題と解き方解説（パターンは4つ）

パターン①

積の順番を入れ替える

例題

$(x+2)(x+3)(x-2)(x-3)$ を展開せよ。

目印は「入れ違いカップル」



積の順番を入れ替えてあげよう。

それこそ「席の順番」を入れ替えるイメージ(笑)

$$(x+2)(x-2)(x+3)(x-3)$$

すると、展開の公式

$$(a+b)(a-b)=a^2-b^2$$

が使えるようになる!!



入れ違いのカッコで

$$(x+2)(x+3)(x-2)(x-3)$$

↓ 入れ替える!!

$$(x+2)(x-2)(x+3)(x-3)$$

↓ 公式から ↓ 公式から

$$x^2 - 2^2 \qquad x^2 - 3^2$$

↓ ↓

$$x^2 - 4 \qquad x^2 - 9$$

(x²-4)(x²-9) になった!!

↓ 公式 (x+a)(x+b)

$$x^4 + (-4-9)x^2 + 36 = x^4 + (a+b)x^2 + ab$$

↓

$$x^4 - 13x^2 + 36 \text{ 完成!!}$$

こんなパターンもあるよ。

例題

(x-2)(x+3)(x+1)(x-4)を展開せよ。

カップル予備軍を探そう。

-2と+1を合わせると -1になるよね。

+3と-4も合わせると -1。

イメージは、

「和が同じ数になる」ように4つの数字(-2,+3,+1,-4)から2つのペアを探すんだ。そして、そのペア同士に積を入れ替える。

$$(x-2)(x+1)(x+3)(x-4)$$

$$=(x^2-x-2)(x^2-x-12)$$

どうかな？

(x²-x)という同じ式が登場したね。あとはこれをカタマリにするだけ。



$$\begin{aligned}
 & (x-2)(x+3)(x+1)(x-4) \\
 & \begin{array}{c} \nearrow \text{カッコ外準備} \quad \nwarrow \text{カッコ外準備} \\ (x-2)(x+1) \quad (x+3)(x-4) \end{array} \\
 & = \underbrace{(x^2-x-2)}_X \cdot \underbrace{(x^2-x-12)}_X \quad \text{タダ見発見!!} \\
 & = (X-2)(X-12) \quad \text{公式っけ} \\
 & = X^2 - 14X + 24 \quad \text{Xを戻す} \\
 & = (x^2-x)^2 - 14(x^2-x) + 24 \\
 & = x^4 - 2x^3 + x^2 - 14x^2 - 14x + 24 \\
 & = x^4 - 2x^3 - 13x^2 + 14x + 24 \quad \text{完成!!}
 \end{aligned}$$

パターン②
符号を揃える

例題

$(x-a+b)(x+a-b)$ を展開せよ。

イメージは「反対向きにさせたい」からマイナスと()で無理やり振り向かせる!



$$(x-a+b)(x+a-b)$$

これを マイナス()を使えば、

$(x-(a-b))(x+a-b)$ に加工できるんだ!

そうすれば同じカタマリができるね。

$$\begin{aligned}
 & (x-a+b)(x+a-b) \\
 = & (x-\boxed{a-b})(x+\boxed{a-b}) \quad \text{カタマリが出来た!!} \\
 = & (x-X)(x+X) \quad \text{公式をから} \\
 = & x^2 - X^2 \quad X \text{を戻す} \\
 = & x^2 - (a-b)^2 \quad \text{公式をから} \\
 = & x^2 - (a^2 - 2ab + b^2) \quad \text{-()を外すときは} \\
 = & x^2 - a^2 + 2ab - b^2 \quad \text{符号が変わるから(注)} \\
 = & x^2 - a^2 - b^2 + 2ab \quad \text{降べきに並べる} \\
 & \text{~~~~~ 完成!!}
 \end{aligned}$$

パターン③

指数法則を使う

例題

$(x+y)^2(x-y)^2$ を展開せよ。

これは指数法則を使うよ!

指数法則のひとつに、

$$(ab)^n = a^n b^n$$

というのがあったよね。

この問題は、

$$a^n b^n$$

の形になっているのに気が付けばカンタン!

$(x+y)^2(x-y)^2$ は

$(x+y)(x-y)^2$ に変えられるんだ。



$$\begin{aligned}
 & (x+y)^2(x-y)^2 && a^n b^n = (ab)^n \\
 = & \underbrace{(x+y)(x-y)}^2 && \text{指数法則を使う} \\
 = & \underbrace{(x^2 - y^2)}^2 && \text{公式を使う} \\
 = & x^4 - 2x^2y^2 + y^4 && \text{公式を使う } (a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2
 \end{aligned}$$

~~~~~ 完成!!

パターン④

公式を使って揃えていく

例題

$(a^2+1)(a+1)(a-1)$  を展開せよ

もしかしたら、 $(a+1)(a-1)$  を展開すると、 $(a^2-1)$  にならないかな？  
とピンと来ないかな。

イメージは親分と子分(笑)



親分の「もと」である子分たちが  
合体(展開)して  
親分並みの大きさになったイメージ。



