

## 「展開の公式」例題と解き方解説（パターンは4つ）

### パターン①

#### 積の順番を入れ替える

#### 例題

$(x+2)(x+3)(x-2)(x-3)$  を展開せよ。

目印は「入れ違いカップル」



積の順番を入れ替えてあげよう。

それこそ「席の順番」を入れ替えるイメージ(笑)

$$(x+2)(x-2)(x+3)(x-3)$$

すると、展開の公式

$$(a+b)(a-b)=a^2-b^2$$

が使えるようになる!!



$$\begin{aligned}
 & \text{入れ違いのカッコ入れ} \\
 & (x+2)(x+3)(x-2)(x-3) \\
 & \quad \downarrow \text{入れ違い!!} \\
 & (x+2)(x-2) \quad (x+3)(x-3) \\
 & \quad \downarrow \text{公式'から} \quad \downarrow \text{公式'から} \\
 & x^2 - 2^2 \quad x^2 - 3^2 \\
 & \quad \downarrow \quad \downarrow \\
 & x^2 - 4 \quad x^2 - 9 \\
 & \quad \downarrow \text{合体!!} \\
 & (x^2 - 4)(x^2 - 9) \\
 & \quad \downarrow \text{公式' } (x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab \\
 & x^4 + (-4-9)x^2 + 36 \\
 & \quad \downarrow \\
 & \underline{x^4 - 13x^2 + 36} \quad \text{完成!!}
 \end{aligned}$$

こんなパターンもあるよ。

例題

$(x-2)(x+3)(x+1)(x-4)$  を展開せよ。

カップル予備軍を探そう。

-2と+1を合わせると -1になるよね。

+3と-4も合わせると -1。

イメージは、

「和が同じ数になる」ように4つの数字 (-2, +3, +1, -4) から2つのペアを探すんだ。そして、そのペア同士に積を入れ替える。

$$\begin{aligned}
 & (x-2)(x+1)(x+3)(x-4) \\
 & = (x^2 - x - 2)(x^2 - x - 12)
 \end{aligned}$$

どうかな？

$(x^2 - x)$  という同じ式が登場したね。あとはこれをカタマリにするだけ。



$$\begin{aligned}
 & (x-2)(x+3)(x+1)(x-4) \\
 & \begin{array}{c} \text{カッコ外れ準備} \quad \text{カッコ外れ準備} \\ \nearrow \quad \nwarrow \\ (x-2)(x+1) \quad (x+3)(x-4) \end{array} \\
 & = \underbrace{(x^2-x-2)}_X \cdot \underbrace{(x^2-x-12)}_X \quad \text{カッコ外れ発見!!} \\
 & = (X-2)(X-12) \quad \text{公式つかう} \\
 & = X^2 - 14X + 24 \quad \text{Xを戻す} \\
 & = (x^2-x)^2 - 14(x^2-x) + 24 \\
 \text{ゆみ} & = \underbrace{x^4 - 2x^3 + x^2 - 14x^2 - 14x + 24} \\
 & = \underline{x^4 - 2x^3 - 13x^2 + 14x + 24} \quad \text{完成!!}
 \end{aligned}$$

パターン②  
符号を揃える

例題

$(x-a+b)(x+a-b)$  を展開せよ。

イメージは「反対向きにさせたい」からマイナスと( )で無理やり振り向かせる!



$$(x-a+b)(x+a-b)$$

これを マイナス( )を使えば、

$$(x-(a-b))(x+a-b)$$

そうすれば同じカタマリができるね。

$$\begin{aligned}
 & (x-a+b)(x+a-b) \\
 = & (x-(a-b))(x+a-b) \quad \text{カタマリが出来た!!} \\
 = & (x-X)(x+X) \quad \text{公式をつかう} \\
 = & x^2 - X^2 \quad X \text{ を戻す} \\
 = & x^2 - (a-b)^2 \quad \text{公式をつかう} \\
 = & x^2 - (a^2 - 2ab + b^2) \quad \text{-( )を外すときは} \\
 = & x^2 - a^2 + 2ab - b^2 \quad \text{符号が変わるから(注)} \\
 = & x^2 - a^2 - b^2 + 2ab \quad \text{降べきに並べる} \\
 & \text{~~~~~ 完成!!}
 \end{aligned}$$

### パターン③

#### 指数法則を使う

例題

$$(x+y)^2(x-y)^2 \text{ を展開せよ。}$$

これは指数法則を使うよ!

指数法則のひとつに、

$$(ab)^n = a^n b^n$$

というのがあったよね。

この問題は、

$$a^n b^n$$

の形になっているのに気が付けばカンタン!

$$(x+y)^2(x-y)^2 \text{ は}$$

$$(x+y)(x-y)^2 \text{ に変えられるんだ。}$$



$$\begin{aligned}
 & (x+y)^2(x-y)^2 && a^n b^n = (ab)^n \\
 & = \underbrace{(x+y)(x-y)}^2 && \text{指数法則} \\
 & = \underbrace{(x^2 - y^2)}^2 && \text{公式} \\
 & = x^4 - 2x^2y^2 + y^4 && \text{公式 } (a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2 \\
 \end{aligned}$$

完成!!

パターン④

公式を使って揃えていく

例題

$(a^2+1)(a+1)(a-1)$  を展開せよ

もしかしたら、 $(a+1)(a-1)$  を展開すると、 $(a^2-1)$  にならないかな？  
とピンと来ないかな。

イメージは親分と子分(笑)



親分の「もと」である子分たちが  
合体(展開)して  
親分並みの大きさになったイメージ。



実際展開してみよう。

$(a+1)(a-1)$ を展開すると  
 $(a^2-1)$ になるね。

これで  
 $(a^2+1)(a^2-1)$ になって、  
 公式が使えるようになったね。

$$\begin{aligned}
 & (a^2+1) \underbrace{(a+1)(a-1)}_{\text{合体!!}} \\
 &= (a^2+1)(a^2-1) \qquad \text{公式 } (a+b)(a-b) \\
 &= a^4 - 1 \qquad \text{完成!!} \qquad \qquad \qquad = a^2 - b^2 \\
 & \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \text{えっかう}
 \end{aligned}$$

展開の工夫ワザを使うことで、計算しなくてはいけない量を格段に減らすことができるんだ。  
 それは計算ミス減らすのに重要だし、計算時間のショートカットができる。  
 限られた時間で受けるテストには欠かせないワザだね。

