

因数分解「たすきがけ」をわかりやすく解説 (テスト対策ポイント)

高校因数分解の解き方パターン③

たすき掛けの公式を使って解く

高校数学因数分解の解き方パターンは5つあったね。
その中の3つ目のパターンが「たすき掛け」の解き方なんだ。

「たすき掛け」が必要になる問題はたとえば・・・

$2x^2 - 5xy - 3y^2$ を因数分解せよ

どうかな？

これまで学習したパターン①やパターン②の解き方は使えるかな？

パターン①の「くくりだし」は出来ないね。

パターン②の公式も当てはまるのがないね。

それぞれの項の係数「2」と「-5」と「-3」では、くくりだしはできないし、
 x^2 の前に係数があるから、今までに習った3つの因数分解の公式の形には当てはまらないから使えないよね。

そこで登場するのが4つ目のあたらしい公式なんだ。

つまり、 x^2 の前に係数があって今までの公式が使えないから、新しい公式を勉強する必要があるということだね。



たすきがけの公式とはどんな式？

新しく加わる因数分解の公式

$$\textcircled{4} \quad acx^2 + (ad+bc)x + bd = (ax+b)(cx+d)$$

展開の公式

$$(ax+b)(cx+d) = acx^2 + (ad+bc)x + bd$$

を逆にしただけだね！

今回の問題を実際に公式に当てはめてみよう。

問題の式 $2x^2 - 5xy - 3y^2$

公式 $acx^2 + (ad+bc)x + bd$

それぞれ対応する部分に注目すると、

$$acx^2 = 2x^2$$

$$(ad+bc)x = -5xy$$

$$bd = -3y^2$$

だよな。

つまり、aとcをかけたものが

「2」になるということだし、

adとbcを足すと

「-5xy」になるということだし、

bとdをかけたものが

「-3y²」になるんだよね。

この条件にあてはまる

4つの数字

a と b と c と d

を見つければいいんだ。

どうやって4つの数字を見つけるの？

4つも数字があるのに、やみくもに探していたらとても無理だよな。

でも、ヒントがあるのが分かるかな？



ヒント①

a と c をかけたものが「2」になる

今回の問題の場合、「 a と c 」はかけると「2」になるんだよね。
「かけて『2』になる数字の組み合わせ」って何が考えられる？

1と2の組み合わせだね。

そう。

a と c は、「1と2」なんだよね。

どちらがどちらかはまだ分からないけどね。

少なくとも、

$a = 1$ で、 $c = 2$

それか、

$a = 2$ で、 $c = 1$

または

$a = -1$ で、 $c = -2$

$a = -2$ で、 $c = -1$

この4パターンだよ。

ヒント①から分かること

$a = 1, c = 2$

$a = 2, c = 1$

$a = -1, c = -2$

$a = -2, c = -1$

のどれかである。

同じことで、

ヒント②

b と d をかけたものが

「 $-3y^2$ 」になる。

かけると $-3y^2$ になる

数字の組み合わせは

$-y$ と $3y$

または

y と $-3y$ だね。



$$b = -y, d = 3y$$

$$b = y, d = -3y$$

$$b = 3y, d = -y$$

$$b = -3y, d = y$$

この4パターンだね。

ある程度4つの数字の候補が絞れてきたね。

最後に

ヒント③

adとbcを足すと

「 $-5xy$ 」になる。

この3つ目のヒントで数字が決まるんだ。

足し引きした結果

-5 になる、というのも

大体のパターンは考えられるよね。

$$(-2) + (-3) = -5$$

$$(-6) + (+1) = -5$$

-5 になる組み合わせは他にもあるんじゃない？とってしまうところだけど、ヒント①と②で分かったようにaもbもcもdも、候補は1から3の数字なんだ。その数字を掛け合わせて出来るものを考えれば十分。

例えば、 $-7 + 2$ も -5 になるけど、

-7 がそもそもありえないよね。

(1、2、3を掛け合わせて7は出来ない)

これで候補が見つかったので、いよいよ「たすき掛け」をしていくよ。



たすき掛けのやり方

たすきがけの手順

1. a、b、c、dそれぞれの候補の数字を決められた位置に置いていく
2. 斜めにかける（これが「たすきがけ」）
3. それぞれの答えの和をもとめる
4. 3の答えがxの係数の数字と一致すれば終わり！

図で解説するよ。

① a、b、c、dを決められた位置におく。

a	b
c	d

早速、候補の数字のパターンのひとつを置いてみよう。



$a=1$ 、 $b=2$ 、 $c=-y$ 、 $d=3y$ の場合

$$\begin{array}{cc} 1 & 2 \\ -y & 3y \end{array}$$

…と置く。

斜めに掛け合わせ（たすきがけ）で、
求めた積の和を求めると…

$$\begin{array}{l} 1 \quad \swarrow \quad \searrow \\ \quad \quad \quad 2 = -2y \\ \quad \quad \quad \text{と} \\ -y \quad \swarrow \quad \searrow \\ \quad \quad \quad 3y = 3y \\ \quad \quad \quad \text{の} \\ \quad \quad \quad \text{和} \\ -2y + 3y = y \end{array}$$

今回は、 $-2y$ と $3y$ の和だから、
「 y 」になるね。
これは、問題の式 $2x^2 - 5xy - 3y^2$ の
 x の係数「 $-5y$ 」とは一致しない。
だから、この組み合わせではないんだ。



まとめ

x^2 の係数が1ではない2次式を因数分解するには

例: $2x^2 - 5xy - 3y^2$

この公式を
使って!!

$$acx^2 + (ad+bc)x + bd = (ax+b)(cx+d)$$

注目するのはここ!!

$$2x^2 - 5xy - 3y^2$$

$a \times c = 2$

$b \times d = -3y^2$

→ 2になる組み合わせは

→ $-3y^2$ になる組み合わせは

a	c
1	x 2
2	x 1
-1	x -2
-2	x 1

b	d
-3y	x x
y	x -3y
3y	x -y
-y	x 3y

この組み合わせの中から正解を見つけよう!!



2つめの注目ポイント!!

$(ad+bc)$ が $-5y$ になるかを考えよう。



$$\begin{array}{r} a \quad c \\ \hline 1 \quad x \quad 2 \\ 2 \quad x \quad 1 \\ -1 \quad x \quad -2 \\ -2 \quad x \quad 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} b \quad d \\ \hline -3y \quad x \quad y \\ y \quad x \quad -3y \\ 3y \quad x \quad -y \\ -y \quad x \quad 3y \end{array}$$

与えられた"の係数の中から
T=あきだけを選び出す。

a	b
c	d

$$\begin{array}{r} 1 \quad -3y = -6y \\ 2 \quad y = y \end{array} \quad \begin{array}{l} \text{配置の仕方} \\ -6y + y \text{ である。} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} -5y \\ \hline 2x^2 - 5xy + 3y^2 \end{array} \quad \begin{array}{l} x \text{ の係数の } -5y \text{ と} \\ 3y^2 \text{ 一致!!} \end{array}$$

与えられた"の係数の中から正しいもの!!

$$a = 1, b = -3y, c = 2, d = y$$

T=あき

$$(ax + b)(cx + d) \text{ に当てはまる。}$$

$$\underline{\underline{\frac{1+y}{5} \text{ と } (x - 3y)(2x + y)}}$$

