因数分解「たすきがけ」をわかりやすく解説（テスト対策ポイント）

高校因数分解の解き方パターン③
たすき掛けの公式を使って解く

高校数学因数分解の解き方パターンは５つあったね。
その中の３つ目のパターンが「たすき掛け」の解き方なんだ。

「たすき掛け」が必要になる問題はたとえば・・

$2x^2-5xy-3y^2$　を因数分解せよ

どうかな？
これまで学習したパターン①やパターン②の解き方は使えるかな？

パターン①の「くくりだし」は出来ないね。
パターン②の公式も当てはまるのがないね。

それぞれの項の係数「２」と「－５」と「－３」では、くくりだしはできないし、
x^2の前に係数があるから、今までに習った３つの因数分解の公式の形には当てはまらないから使えないよね。

そこで登場するのが４つ目のあたらしい公式なんだ。

つまり、x^2の前に係数があって今までの公式が使えないから、新しい公式を勉強する必要があるということだね。

たすきがけの公式とはどんな式？

新しく加わる因数分解の公式

④ $acx^2+(ad+bc)x+bd=(ax+b)(cx+d)$

展開の公式
$(ax+b)(cx+d)=acx^2+(ad+bc)x+bd$
を逆にしただけだね！

今回の問題を実際に公式に当てはめてみよう。

問題の式　$2x^2-5xy-3y^2$
公式　　$acx^2+(ad+bc)x+bd$

それぞれ対応する部分に注目すると、
$acx^2=2x^2$
$(ad+bc)x=-5xy$
$bd=-3y^2$
だよね。

つまり、aとcをかけたものが
「2」になるということだし、
adとbcを足すと
「$-5xy$」になるということだし、
bとdをかけたものが
「$-3y^2$」になるんだよね。

この条件にあてはまる
４つの数字
a　と　b　と　c　と　d
を見つければいいんだ。

どうやって４つの数字を見つけるの？

４つも数字があるのに、やみくもに探していたらとても無理だよね。
でも、ヒントがあるのが分かるかな？

ヒント①
ａとｃをかけたものが「２」になる

今回の問題の場合、「ａとｃ」はかけると「２」になるんだよね。
「かけて『２』になる数字の組み合わせ」って何が考えられる？

１と２の組み合わせだね。

そう。
ａとｃは、「１と２」なんだよね。
どちらがどちらかはまだ分からないけどね。
少なくとも、
ａ＝１で、ｃ＝２
それか、
ａ＝２で、ｃ＝１
または
ａ＝－１で、ｃ＝－２
ａ＝－２で、ｃ＝－１
この４パターンだよね。

ヒント①から分かること a=1、c=2 a=2、c=1 a=－1、c=－2 a=－2、c=－1 のどれかである。

同じことで、

ヒント②
bとdをかけたものが
「$-3y^2$」になる。

かけると$-3y^2$　になる
数字の組み合わせは
－ｙと３ｙ
または
ｙと－３ｙだね。

b=－y、d=3y
b=y、d=－3y
b=3y、d=－y
b=－3y、d=y

この４パターンだね。

ある程度４つの数字の候補が
絞れてきたね。

最後に

ヒント③
adとbcを足すと
「－5xy」になる。

この３つ目のヒントで
数字が決まるんだ。

足し引きした結果
－5になる、というのも
大体のパターンは考えられるよね。

（－2）＋（－3）＝－5
（－6）＋（＋1）＝－5

－５になる組み合わせは他にもあるんじゃない？と思ってしまうところだけど、
ヒント①と②で分かったようにａもｂもｃもｄも、候補は１から３の数字なんだ。
その数字を掛け合わせて出来るものを考えれば十分。
例えば、－７＋２も－５になるけど、
－７がそもそもありえないよね。
（１、２、３を掛け合わせて７は出来ない）

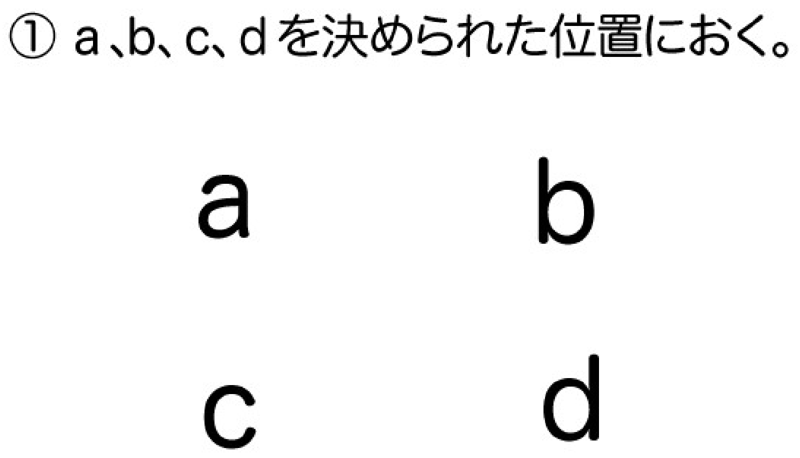
これで候補が見つかったので、
いよいよ「たすき掛け」をしていくよ。

たすき掛けのやり方

たすきがけの手順

1．a、b、c、dそれぞれの候補の数字を
　決められた位置に置いていく
2．斜めにかける（これが「たすきがけ」）
3．それぞれの答えの和をもとめる
4．3の答えがxの係数の数字と一致すれば終わり！

図で解説するよ。



早速、候補の数字のパターンの
ひとつを置いてみよう。

a＝1、b＝2、c＝−y、d＝3yの場合

$$\begin{array}{cc} 1 & 2 \\ -y & 3y \end{array}$$

…と置く。

斜めに掛け合わせ（たすきがけ）て、
求めた積の和を求めると…

$$\begin{array}{ccccc} 1 & & 2 & = & -2y \\ -y & & 3y & = & 3y \end{array}$$

と

の
和

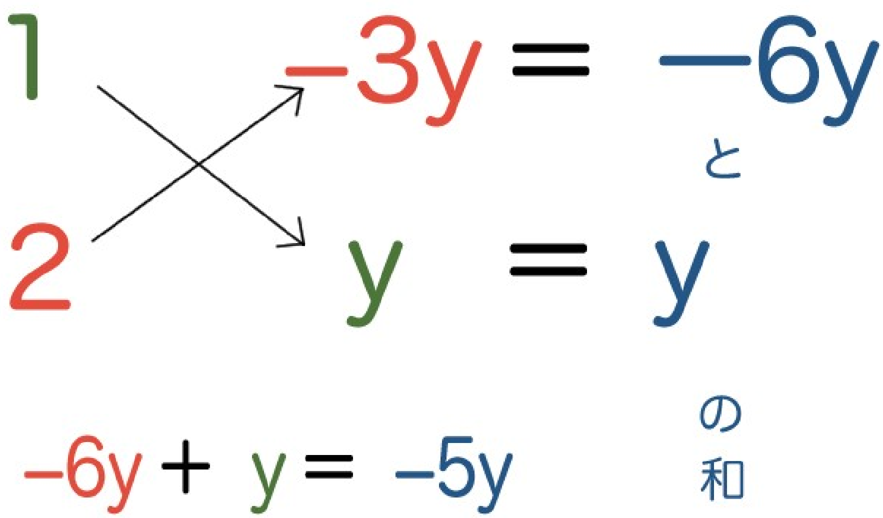
$$-2y + 3y = y$$

今回は、－2yと3yの和だから、
「y」になるね。
これは、問題の式 2x2－5xy－3y2の
xの係数「－5y」とは一致しない。

だから、この組み合わせではないんだ。

では、他の組み合わせを試すよ。

ａ＝Ｉ　、ｂ＝－３ｙ　、ｃ＝２　、ｄ＝ｙ　で試してみよう。



たすきがけした積の和が、ｘの係数と一致したね！
ということは、この組み合わせが正解なんだ。

あとは、公式のａ、ｂ、ｃ、ｄそれぞれにみつけた正解の組み合わせの数字を当てはめれば、それが答えだよ。

公式
(ax＋b)(cx＋d)＝acx2＋(ad＋bc)x＋bd
の
(ax＋b)(cx＋d)に、
正解の組み合わせ
a=I、b=－3y、c=2、d＝y
を当てはめて
(x-3y)(2x+y)

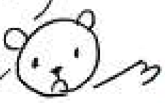
これが答えだね。

まとめ

x^2の係数が1ではない2次式を因数分解するには

例：$2x^2-5xy-3y^2$

この公式を使って!!



$$acx^2+(ad+bc)x+bd$$
$$=(ax+b)(cx+d)$$

注目するのはココ!!

$$2x^2-5xy-3y^2$$

$a\times c=2$　　$b\times d=-3y^2$

→ 2になる組み合わせは

a		c
1	×	2
2	×	1
−1	×	−2
−2	×	1

→ $-3y^2$になる組み合わせは

b		d
$-3y$	×	y
y	×	$-3y$
$3y$	×	$-y$
$-y$	×	$3y$

この組み合わせの中から正解を見つけるには？

2つめの注目ポイント!!

$(ad+bc)$が $-5y$ になるか？を考える。

a	c
1 × 2	
2 × 1	
−1 × −2	
−2 × 1	

b	d
−3y × y	
y × −3y	
3y × −y	
−y × 3y	

とりあえずこの組み合わせでたすきがけをしてみる。

$$\begin{matrix} a & b \\ c & d \end{matrix}$$

配置の仕方

$$\begin{array}{ccccc} 1 & \diagdown & -3y & = & -6y \\ 2 & \diagup & y & = & y \\ \hline & & & & -5y \end{array}$$

$-6y+y$をする。

xの係数の$-5y$と一致!!

$$2x^2-5xy-3y^2$$

ということは組み合わせが正しかった!!

$a=1$, $b=-3y$, $c=2$, $d=y$

なので

$(ax+b)(cx+d)$に当てはめる。

答え：$(x-3y)(2x+y)$