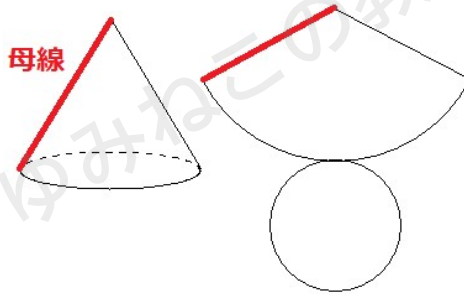


「円錐の展開図」半径・弧の長さ・中心角の求め方をくわしく解説

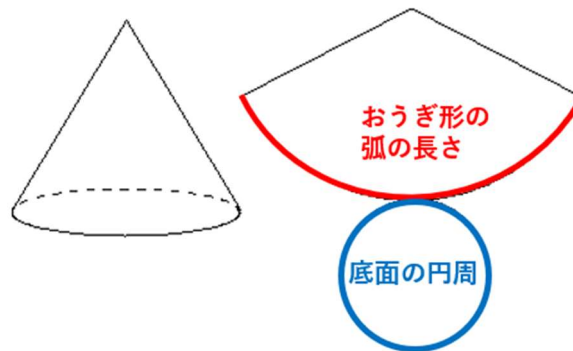
円錐の展開図の性質を復習しておこう。

円錐の展開図の大切な性質

①円錐の母線は、展開図では、おうぎ形の半径になる。



②展開図のおうぎ形の弧の長さと、底面の円周の長さは等しくなる



円錐の展開図と半径の求め方

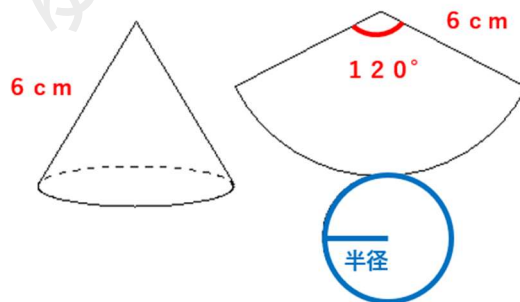
まず、円錐の展開図の問題で出ることが多い「底面の半径の求め方」を解説するよ。

円錐の「母線」と「底面の半径」と「展開したときのおうぎ形の中心角」には大切な関係があるんだよ。

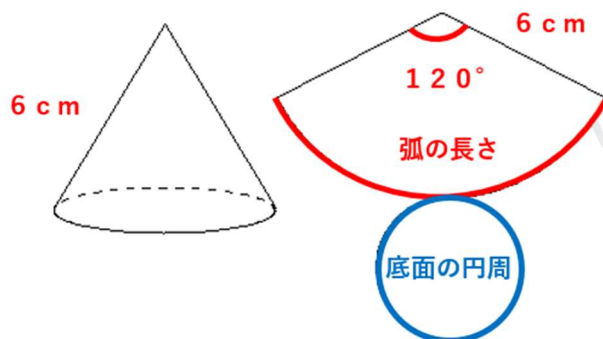
どんな関係があるかを例題を解きながら考えていこう。

円錐の底面の半径を求める例題
問

下のような円錐があり、展開図を右にかいた。この円錐の底面の半径を求めなさい。



おうぎ形の弧の長さとおうぎ形の弧の長さは等しかったよね。だから、おうぎ形の弧の長さの長さを求めたら、底面の半径が求まりそうだね。



STEP1 弧の長さを求めよう。

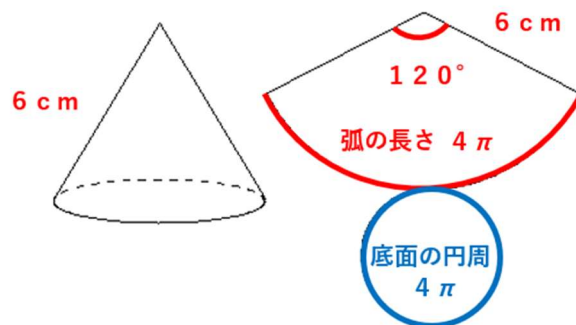
おうぎ形の弧の長さを求める公式は次の通りだったよね。

$$\text{直径} \times \text{円周率} \times \frac{\text{中心角}}{360}$$

今回の問題では、おうぎ形の半径(母線)が6cm、中心角120°で円周率は π を使うから、式に当てはめると

$$\begin{aligned} & \text{直径} \times \text{円周率} \times \frac{\text{中心角}}{360} \\ &= 12 \times \pi \times \frac{120}{360} \\ &= 4\pi \text{ (cm)} \end{aligned}$$

おうぎ形の弧の長さと同じ底面の円周が等しいから、底面の円周も 4π cmだとわかるね。



STEP2 底面の円の半径を求める

底面の円周が 4π だから、半径も求められそうだね。円周の求め方は次の通りだったね。

$$\text{円周} = \text{直径} \times \text{円周率}$$

この式に、円周 4π 、円周率 π を代入すると

$$4\pi = \text{直径} \times \pi$$

上の式から直径=4であることがわかるね。だから、底面の半径は $4 \div 2 = 2$ cmということだね。



円錐の「母線と中心角」から「底面の半径」を求める方法

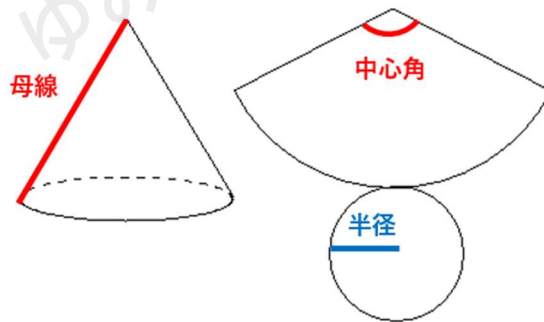
1 展開図を書いて、おうぎ形の弧の長さを求める

$$\text{公式: 直径} \times \text{円周率} \times \frac{\text{中心角}}{360}$$

2 おうぎ形の弧の長さと、底面の円周は等しいことから、底面の半径を求める。

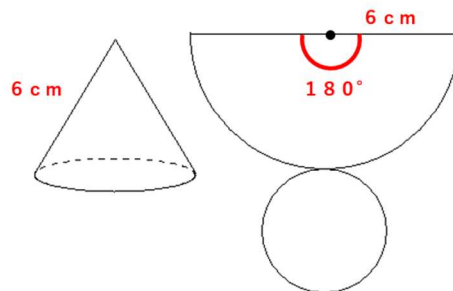
$$\text{公式: 円周} = \text{直径} \times \text{円周率}$$

円錐の「母線」と「展開したときのおうぎ形の中心角」がわかると、「底面の半径」が求まるんだね。



円錐の底面の半径を求める問題①

下の円錐の底面の半径を求めなさい。



STEP1 弧の長さを求めよう。

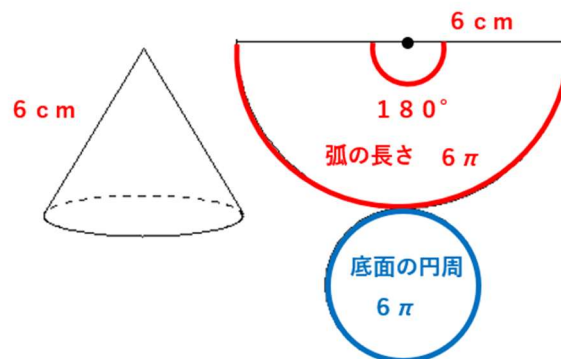
おうぎ形の弧の長さを求める公式は次の通りだったよね。

$$\text{直径} \times \text{円周率} \times \frac{\text{中心角}}{360}$$

おうぎ形の半径(母線)が6cm、中心角 180° で円周率は π を使うから、式に当てはめると

$$\begin{aligned} & \text{直径} \times \text{円周率} \times \frac{\text{中心角}}{360} \\ &= 12 \times \pi \times \frac{180}{360} \\ &= 6\pi \text{ (cm)} \end{aligned}$$

おうぎ形の弧の長さは 6π だとわかったね。ということは、底面の円周も 6π だとわかるね。



STEP2 底面の円の半径を求める

底面の円周が 6π だから、半径も求められそうだよね。円周の求め方は次の通りだったね。

$$\text{円周} = \text{直径} \times \text{円周率}$$

この式に、円周 6π 、円周率 π を代入すると

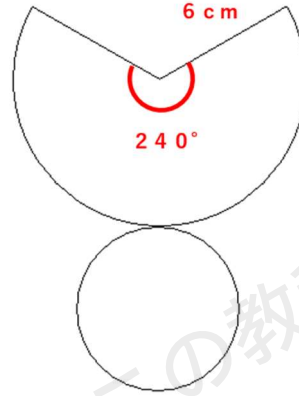
$$6\pi = \text{直径} \times \pi$$

上の式から直径=6であることがわかるね。だから、底面の半径は $6 \div 2 = 3\text{cm}$ ということだね。



円錐の底面の半径を求める問題②

下の図は円錐の展開図である。円錐の底面の半径を求めなさい。



STEP1 弧の長さを求めよう。

おうぎ形の弧の長さを求める公式は次の通りだったよね。

$$\text{直径} \times \text{円周率} \times \frac{\text{中心角}}{360}$$

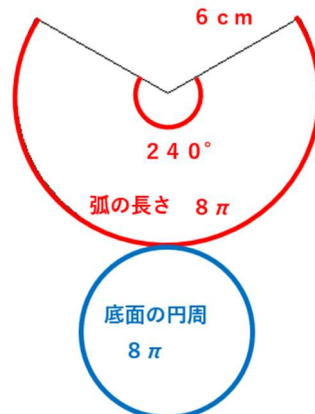
おうぎ形の半径(母線)が6cm、中心角240° で円周率は π を使うから、式に当てはめると

$$\text{直径} \times \text{円周率} \times \frac{\text{中心角}}{360}$$

$$= 12 \times \pi \times \frac{240}{360}$$

$$= 8\pi \text{ (cm)}$$

おうぎ形の弧の長さは 8π だとわかったね。ということは、底面の円周も 8π だとわかるね。



STEP2底面の円の半径を求める

円周の求め方は次の通りだったね。

$$\text{円周} = \text{直径} \times \text{円周率}$$

この式に、円周 8π 、円周率 π を代入すると

$$8\pi = \text{直径} \times \pi$$

上の式から直径=8であることがわかるね。だから、底面の半径は $8 \div 2 = 4\text{cm}$ ということだね。

円錐の母線と底面の半径と中心角の関係(裏ワザ)

実は、円錐の「母線」「おうぎ形の中心角」そして「底面の半径」には、ある関係式が成り立っているんだ。

さっき紹介した例題と2つの問題で求めた「母線」「おうぎ形の中心角」「底面の半径」を下の表にまとめてみるよ。

	例題	問題①	問題②
母線	6cm	6cm	6cm
中心角	120°	180°	240°
底面の半径	2cm	3cm	4cm

どうかな？

なんとこの3つは、「母線 $\times \frac{\text{中心角}}{360} = \text{底面の半径}$ 」

という関係が成り立っているね。

この関係を利用すれば、「母線」「おうぎ形の中心角」「底面の半径」のうちどれか2つまでが分かっているならば、簡単にのこりのひとつを求めることができるね。

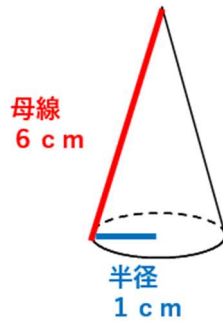
円錐の展開図と中心角の求め方

さっきは、「母線と中心角」から「底面の半径」を求めたね。

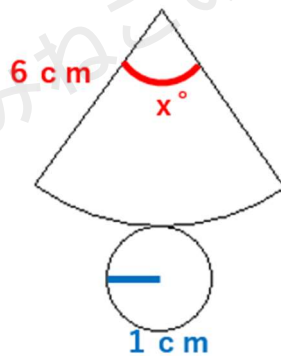
それでは今回は、「母線と底面の半径」から「中心角」を求めてみよう。



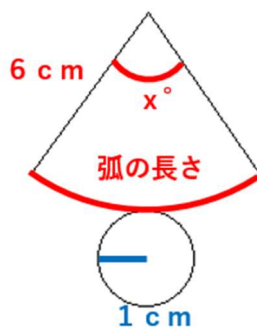
問 下の円錐を展開したとき、側面の中心角を求めなさい。



円錐の展開図は次のようになるよね。おうぎ形の中心角がわからないから x° にしたよ。



STEP1 おうぎ形の弧の長さを x を使って表そう。



おうぎ形の弧の長さを求める公式は次の通りだったよね。

$$\text{直径} \times \text{円周率} \times \frac{\text{中心角}}{360}$$

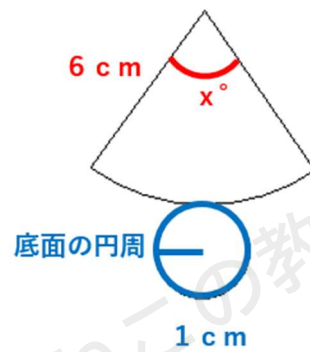
おうぎ形の半径(母線)が6cm、中心角 x° で円周率は π を使うから、式に当てはめると



$$\text{直径} \times \text{円周率} \times \frac{\text{中心角}}{360}$$

$$= 12 \times \pi \times \frac{x}{360}$$

STEP2 底面の円の円周を求めよう。



円周の求め方は次の通りだったね。

$$\text{直径} \times \text{円周率}$$

この式に、直径2、円周率 π を代入すると

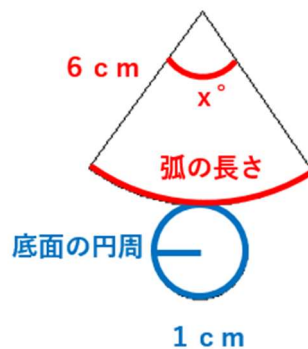
$$\text{直径} \times \pi$$

$$= 2 \times \pi$$

$$= 2\pi \text{ (cm)}$$

STEP3 方程式をたてて中心角を求めよう。

円錐の展開図では、おうぎ形の弧の長さとおうぎ形の底面の円周が等しくなるので、STEP1とSTEP2の式で方程式を作ろう。



おうぎ形の弧の長さ=底面の円の円周 になるから

$$12 \times \pi \times \frac{x}{360} = 2\pi$$

という方程式をたてることができるよ。これをxについて解けば、中心角が求まるってこと。

$$12 \times \pi \times \frac{x}{360} = 2\pi$$

$$\frac{x}{30} = 2$$

$$\frac{x}{30} \times 30 = 2 \times 30 \quad \leftarrow \text{両辺に30をかけるよ。}$$

$$x = 60$$

xは中心角だったから、おうぎ形の中心角は60°と求められるよ。



「円錐の展開図の半径・弧の長さ・中心角の求め方」まとめ

円錐の「母線と中心角」から「底面の半径」を求める方法

1. 展開図を書いて、おうぎ形の弧の長さを求める

$$\text{公式: 直径 (母線} \times 2) \times \text{円周率} \times \frac{\text{中心角}}{360}$$

2. おうぎ形の弧の長さと、底面の円周は等しいことから、底面の半径を求める。

$$\text{公式: 円周} = \text{直径} \times \text{円周率}$$

円錐の「母線と底面の半径」から「中心角」を求める方法

1. おうぎ形の弧の長さを x を使って表す

$$\text{公式: 直径 (母線} \times 2) \times \text{円周率} \times \frac{x}{360}$$

2. 底面の円の円周を求める

$$\text{公式: 直径} \times \text{円周率}$$

3. 1の式と、2で求めたもので方程式をたてて x (中心角)を求める

円錐の「母線」「おうぎ形の中心角」「底面の半径」の3つは「母線 $\times \frac{\text{中心角}}{360} = \text{底面の半径}$ 」という関係で成り立っている

