「組み合わせが何通りあるのか」の求め方を 解説(表と図で表そう)

組み合わせを表で表して調べてみよう

たとえば、次のような「組み合わせが何通りあるか」を考えてみよう。

A、B、C、Dの4チームの中から2チームを選んで試合をします。 選び方は何通りありますか。

4チームから2チームを選んで、組み合わせる問題だよ。

「組み合わせの問題」はよくテストでも出てくるし、中学生になっても勉強 する内容なので、しっかりできるようにしておこう。

A、B、C、Dの4チームの中から2チームを選ぶくらいなら、頭だけで考え て、「AとB」「BとC」「CとD」「AとC」「AとD」「BとD」の6通りか な?

と求めることができるかもしれないね。

でも、もし4チームじゃなくて16チームだったらどうだろう。 数え忘れが起きてしまいそうじゃないかな?

「あれ、さっきと同じ組み合わせを書いちゃった」

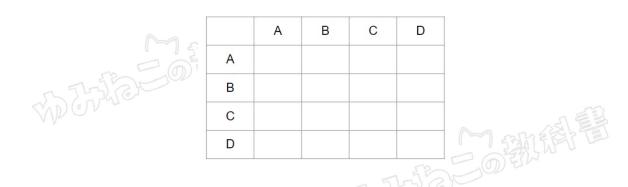
「しまった、この組み合わせ書き忘れていたよ」

「この組み合わせ、さっき書いたっけ?」となりそうだね。

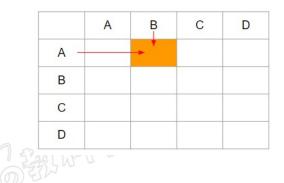


組み合わせを「規則ただしく」表で書く方法

今回のように、「チームの対戦の組み合わせ」を考える場合は、下のような 「対戦表」を描いて考えるとわかりやすいよ。



①下のオレンジの場所は、「AとBが交わる」から、「AとBが対戦する」 という意味になるんだ。

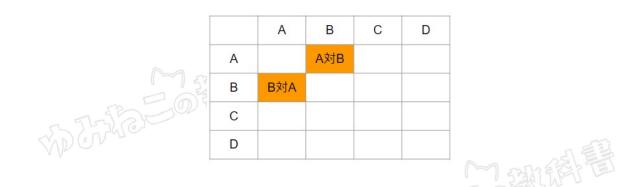


②下の灰色の場所は、それぞれ「AとA」、「BとB」、「CとC」、 「DとD」が交わっているけれど、「自分自身と対戦」することは できないよね。だから、この部分は組み合わせにはいれないよ。

	FL J F JAI			
	A	В	С	D
А				
В				
С				
D				



③下のオレンジの場所は、「A対B」と「B対A」を表しているよ。 ただ、これって両方とも「AとBが対戦するよ」という意味で、結局同じこと だよね。だから、表では2つあるけれど、「Iつ」として考えるよ。



対戦表の見方に気をつけて、組み合わせを数えると次のようになるよ。

	V VP -				
	A	В	С	D	
А		1	2	3	
В	1		4	5	
С	2	4		6	
D	3	5	6		

「自分自身と対戦」になってしまうところは数えないので、線を引いてある ね。

そして「A対B」と「B対A」のように同じ組み合わせのところは、同じ数字を書いて、 I つ分として数えているよ。

そうすると、数字は①~⑥までで、全部で6通りの組み合わせがあることが わかるね。

組み合わせについてなんとなくわかったかな? 気をつけなくてはいけないのが、同じ組み合わせを2回数えてしまうこと。



たとえばさっきの問題だったら、こういう風に数えたらだめだよ。

よくあるまちがい

	A	В	С	D
A		1	2	3
В	Ø		4	5
С	8	10	$\overline{\ }$	6
D	9	1	12	

「自分同士と対戦」のところは、ちゃんと線を引いて数えないようにできて いるけれど、「A対B」と「B対A」のような同じ組み合わせを別のものとし て数えてしまっているのが間違いだね。

組み合わせを表で表すときのポイント

・同じ組み合わせを2回数えないようにしよう!

組み合わせの問題では、数え忘れがないようにすることも重要だけれど、 同じ組み合わせを2回数えないようにすることも忘れちゃいけないん だね。

表で考えることが難しい問題

組み合わせを考えるのに、さっきのように対戦表を使って考えることが難し い場合もあるんだ。

例えば次のような問題。

A、B、C、Dの4人の中から3チームを選んで試合をします。 選び方は何通りありますか。



さっきの問題は「2チーム」を選べばよかったのに対して、今回の問題は 「3チーム」を選ばなくてはならないね。

でも対戦表って、縦にIチーム、横にIチームしか書けないから、3つ選ぶ となると立体にするしかなくなっちゃうよね。

それではわけがわからなくなるから、そんな時は図を使って考えてみよう。

組み合わせを図で表して調べてみよう

さっきと同じ問題を今度は図で表して調べてみよう。

A、B、C、Dの4チームの中から2チームを選んで試合をします。 選び方は何通りありますか。

組み合わせの問題を解くポイントは「数え忘れがないようにすること」だっ たよね。

数え忘れがないように、さっきは表で考えたけれど、今度は図(樹形図)で 考えるよ。

樹形図で考えるときは、まずはひとつのものを決めて、規則正しく書くこと が大切だったね。

数え忘れがないようにするためにまずは「A」について考えてみよう。

Aと対戦できるのって、BとCとDだよね。



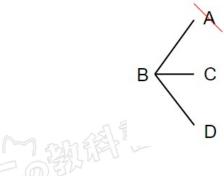
図(樹形図)で書いたら次のようになるよ。



それでは今度は「B」について考えてみよう。

Bと対戦できるのはAとCとDなんだけれど、「BとA」の組み合わせって、「A」について考えたときにすでに出てきた「AとB」と同じことだよね。

だから、「A」を消すよ。



つぎは「C」について考えてみよう。

Cと対戦できるのって、AとBとDなんだけど、

「CとA」って「A」について考えたときの「AとC」と同じだよね。 そして「CとB」ってさっきの「B」について考えたときの「BとC」と同じ ことだよね。



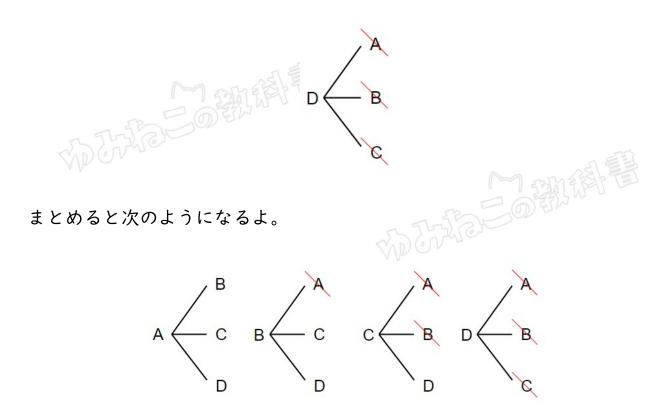
なので、「A」と「B」を消すよ。



最後に「D」について考えてみよう。

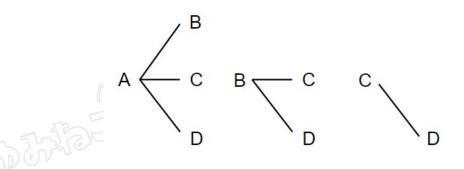
Dと対戦できるのって、AとBとCなんだけど、 「DとA」って「A」について考えたときの「AとD」と同じだよね。 「DとB」って「B」について考えたときの「BとD」と同じだよね。 「DとC」って「C」について考えたときの「CとD」と同じだよね。

だから、「A」「B」「C」を消すよ。





先に出てきたものと同じ組み合わせになってしまうものは、赤線で消してあ るね。これらを本当に消して整理すると次のようになるよ。



整理された図で数えると、組み合わせは全部で6通りあることがわかるね。

組み合わせを図(樹形図)で書く方法についわかったかな? 図で書くときも、表で考えるときと同じで気をつけなくてはいけないのが、 同じ組み合わせを2回数えてしまうことだよ。

組み合わせを図で表すときのポイント ・同じ組み合わせを2回数えないようにする。 組み合わせの練習問題 それでは、組み合わせが何通りあるかを数える問題を実際に解いてみよう。

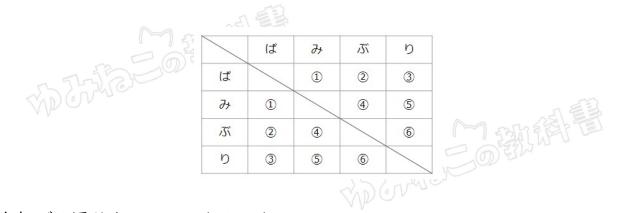
ばなな、ぶどう、みかん、りんごの4つから2つを選んで食べます。 選び方は何通りありますか。



表で考える場合

さっきの対戦表を

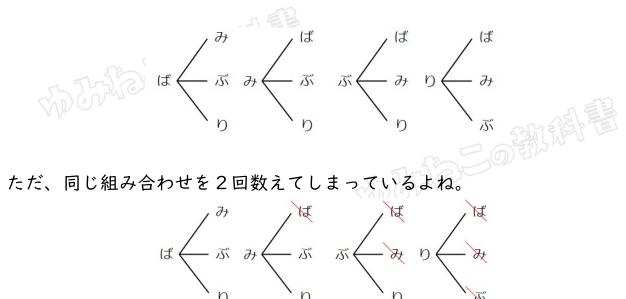
ばなな=ば、みかん=み、ぶどう=ぶ、りんご=り として書くと次のようになるよ。



全部で6通りあることがわかるね。

図で考える場合

ばなな=ば、みかん=み、ぶどう=ぶ、りんご=り として図(樹形図)を書いてみよう。



4つから2つを選ぶ組み合わせは6通りだとわかるね。



「組み合わせが何通りあるのか」の求め方まとめ

・組み合わせを考えるときは表や図で表して考えるとよい。 ・数え忘れがないようにすることが重要。 ・同じ組み合わせを2回数えないようにする (例)AとB、BとA ・並び方の問題なのか、組み合わせの問題なのか見きわめる。





